Квантовая электродинамика с пустым фермионным вакуумом. Возможности экспериментальной верификации.

В.П.Незнамов

Семинар ОФВЭ
10 октября 2023г.

Введение

В стандартной КЭД для описания фермионных состояний используется уравнение Дирака с биспинорной волновой функцией. Уравнение Дирака имеет решения с положительными и отрицательными энергиями. Физический вакуум уравнения Дирака описывается на языке полностью заполненных состояний с отрицательными энергиями (море Дирака). Дырки в море Дирака интерпретируются как наличие античастиц. В теории позитронов Штюкельберга-Фейнмана позитроны представляют собой электроны с отрицательными энергиями, движущиеся в обратном направлении в пространстве-времени. Фермионный вакуум КЭД непустой, в нем теоретически допускается виртуальное рождение и аннигиляция частиц и античастиц.

Введение

Движение фермионов в квантовой теории можно описывать уравнениями со спинорными волновыми функциями. Ранее нами рассмотрены две возможности: представление Фолди-Ваутхайзена (FW) и представление с уравнением для фермионов типа Клейна-Гордона (KG). Для этих представлений развиты формализмы $(КЭД)_{FW}$, $(КЭД)_{KG}$ и рассчитаны некоторые физические эффекты.

В нижайшем порядке теории возмущений вычислены сечения кулоновского рассеяния электрона, рассеяния электрона на протоне, комптон-эффекта, аннигиляции электрон-позитронной пары. Вычислены собственная энергия электрона, собственная энергия фотона, аномальный магнитный момент электрона, лэмбовский сдвиг атомных энергетических уровней. Конечные результаты полностью совпадают с соответствующими результатами в стандартной КЭД с уравнением Дирака.

Введение

В отличие от стандартной КЭД новым в $(\text{КЭД})_{FW}$ и $(\text{КЭД})_{KG}$ является следующее:

- ✓ При вычислениях физических эффектов достаточно использования решений с положительными энергиями фермионов. Это относится как к реальным, так и к виртуальным промежуточным фермионным состояниям.
- ✓ Используются два отдельных уравнения для электронов и позитронов. Эти уравнения отличаются друг от друга знаком электрического заряда и знаками перед слагаемыми с массами электрона и позитрона.
- ✓ По аналогии с вакуумом уравнения Шредингера фермионный вакуум является пустым. В этом случае становятся излишними существование моря решений с отрицательными энергиями (моря Дирака), процессы виртуального рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар, концепция поляризации вакуума. В перспективе этот вывод может быть проверен экспериментально либо в случае успешной разработки оптических лазеров эксаваттной мощности, либо в экспериментах по столкновению тяжелых ионов с суммарным $Z > 170 \div 175$.

Введение

Цели настоящей работы:

С учетом версий $(КЭД)_{FW}$ и $(КЭД)_{KG}$ мы показываем неизбежность корректировки стандартной КЭД с уравнением Дирака и с биспинорной волновой функцией. В обновленной теории $(КЭД)_{DN}$ при вычислении физических эффектов мы будем использовать только решения свободного уравнения Дирака с положительными энергиями. Это относится как к реальным, так и к виртуальным промежуточным фермионным состояниям. В $(КЭД)_{DN}$ будут использоваться два отдельных уравнения Дирака для электронов и позитронов. Эти уравнения отличаются друг от друга знаком электрического заряда и знаками перед слагаемыми с массами электрона и позитрона.

О формализме КЭД

В стандартной КЭД для фермионов используется уравнение Дирака с биспинорной волновой функцией. Уравнение Дирака для электрона с массой m и электрическим зарядом $e<0$, взаимодействующего с электромагнитным полем $A^\mu(\mathbf{r},t)$, можно записать в виде

$$p^0\psi_D = H_D\psi_D = \left(\boldsymbol{\alpha}\left(\mathbf{p}-e\mathbf{A}\right)+\beta m+eA^0\right)\psi_D,$$

где H_D - дираковский гамильтониан; $p^0 = i\left(\partial/\partial t\right)$, $\mathbf{p} = -i\vec{\nabla}$,

$A^0(\mathbf{r},t)$, $A^l(\mathbf{r},t)$ - электромагнитные потенциалы;

$\alpha^\mu = \begin{cases} 1 \\ \alpha^k \end{cases}$, α^k, β - четырехмерные матрицы Дирака, $k,l = 1,2,3.$

Биспинор $\psi_D(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \varphi(\mathbf{r},t)\,U_S \\ \chi(\mathbf{r},t)\,U_S \end{pmatrix}.$

Здесь U_S - нормированные спиноры Паули $\left(\text{для } S_z = \frac{1}{2}\ \ U_S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ для } S_z = -\frac{1}{2}\ \ U_S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right).$

О формализме КЭД

В свободном случае (без взаимодействия) уравнение Дирака имеет следующие нормированные решения с положительными и отрицательными энергиями

$$\left(\psi_D\right)_0^{(+)}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{E+m}{2E}}\begin{pmatrix} U_S \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{E+m}U_S \end{pmatrix}e^{-iEt+i\mathbf{pr}},\quad \left(\psi_D\right)_0^{(-)}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{E+m}{2E}}\begin{pmatrix} \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{E+m}U_S \\ U_S \end{pmatrix}e^{iEt-i\mathbf{pr}}.$$

Здесь $E=\sqrt{m^2+\mathbf{p}^2}$, σ^k - двумерные матрицы Паули.

Решения получены с использованием матриц α^k,β в представлении Дирака-Паули.

Аналогичные решения можно получить с матрицами Дирака в спинорном представлении, широко используемым в Стандартной модели. КЭД со спинорными уравнениями для фермионов и со спинорным представлением матриц Дирака представлена в [1] для $(\text{КЭД})_{FW}$ и в [2] для $(\text{КЭД})_{KG}$. Конечные физические результаты в [1] и [2] совпадают с результатами стандартной КЭД и с результатами в [3] полученными с использованием матриц α^k,β в представлении Дирака-Паули.

[1] В. П. Незнамов, ЭЧАЯ 43, 70 (2012), arxiv: 1107.0693 (physics. gen-ph), [2] L. S. Hostler, J. Math. Phys. 26, 1348 (1985).

[3] В. П. Незнамов, ЭЧАЯ 37, 152 (2006), arxiv: hep-th/0411050; V. P. Neznamov and V. E. Shemarulin, Int. J. Mod. Phys. A 36, 2150086 (2021).

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

В FW-представлении уравнение Дирака для электрона, взаимодействующего с электромагнитным полем $A^{\mu}(\mathbf{r},t)$ можно получить в виде ряда по степеням электромагнитной константы связи, применяя серию унитарных преобразований $U_{FW}=\left(1+e\delta_1+e^2\delta_2+e^3\delta_3+...\right)U_0$.

Здесь $U_{FW}^{+}=U_{FW}^{-1}$, $\psi_{FW}=U_{FW}\psi_D$.

В результате получаем уравнение

$$p^0\psi_{FW}=H_{FW}\psi_{FW}=\left(\beta E+eK_1^{FW}\left(+m,A^{\mu}\right)+e^2K_2^{FW}\left(+m,A^{\mu},A^{\nu}\right)+e^3K_3^{FW}\left(+m,A^{\mu},A^{\nu},A^{\gamma}+...\right)\right)\psi_{FW}.$$

Здесь обозначение +*m* указывает на использование положительного знака перед βm в уравнении Дирака. В уравнении отсутствуют слагаемые с отрицательными знаком перед массой *m*. Это следует из структуры выражений K_1^{FW}, K_2^{FW} ...

В свободном случае $p^0\left(\psi_{FW}\right)_0=\beta E\left(\psi_{FW}\right)_0$, где для положительной энергии $p^0=E$

$$\left(\psi_{FW}\right)_0^{(+)}(\mathbf{r},t)=U_{FW}^0\left(\psi_D\right)_0^{(+)}=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\begin{pmatrix}U_S\\0\end{pmatrix}e^{-iEt+i\mathbf{pr}},$$

для отрицательной энергии $p^0=-E$,

$$\left(\psi_{FW}\right)_0^{(-)}(\mathbf{r},t)=U_{FW}^0\left(\psi_D\right)_0^{(-)}=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\begin{pmatrix}0\\U_S\end{pmatrix}e^{iEt-i\mathbf{pr}}.$$

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

В FW-представлении уравнения имеют нековариантный вид, при этом гамильтониан H_{FW} является нелокальным. В этом случае в квантовой теории поля трудно использовать стандартные методы вторичного квантования. Однако можно воспользоваться *S*-матричным подходом и фейнмановским методом функции распространения. В этом методе процессы КЭД описываются интегральными уравнениями.

Уравнение для четырехмерных *x*, *y* можно записать в виде

$$\psi_{FW}(x) = (\psi_{FW})_0^{(\pm)}(x) + \int d^4y\, S_{FW}(x-y) K^{FW}(y) \psi_{FW}(y),$$

где $K^{FW}(y) = \sum_{n=1}^{\infty} e^n K_n^{FW}(y)$ - гамильтониан взаимодействия; $S_{FW}(x-y)$ - фейнмановский пропагатор в представлении Фолди-Ваутхайзена

$$S_{FW}(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4y\, e^{-ip(x-y)} \frac{p^0 + \beta E}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}.$$

Элементы *S*-матрицы можно записать в виде

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i\varepsilon_f \int d^4y \left[(\bar{\psi}_{FW})_0^{(\pm)}(y) \right]_f K^{FW}(y) \left[\psi_{FW}(y) \right]_i .$$

Здесь черта над функцией ψ_{FW} означает эрмитово сопряжение, $\varepsilon_f = \pm 1$.

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

Отметим несколько важных моментов:

- Гамильтонианы H_{FW} и $K^{FW}(y)$ являются диагональными относительно смешивания верхних и нижних компонент биспинора ψ_{FW}. Каждое из уравнений Дирака включает в себя два независимых уравнения со спинорными волновыми функциями $\sim U_S$. Одно уравнение содержит состояния с положительными энергиями, второе уравнение - состояния с отрицательными энергиями. *S*-матричные элементы можно вычислять, учитывая лишь состояния с положительными энергиями. В этом случае состояния с отрицательными энергиями не используются в расчетах физических процессов КЭД. Они необходимы лишь для математической полноты в разложениях операторов и волновых функций.
- Важной особенностью теории в случае, когда четырех-импульсы внешних фермионных линий лежат на массовой поверхности $\left(\left(p^0\right)^2 - \mathbf{p}^2 = m^2\right)$, является компенсация вклада диаграмм с фермионными пропагаторами и вклада соответствующих слагаемых в беспропагаторных диаграммах, определяемых формулой (12) [1].

[1] В. П. Незнамов, ЭЧАЯ 37, 152 (2006), arxiv: hep-th/0411050.

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

- В стандартной КЭД с уравнением Дирака позитроны представляют собой электроны с отрицательными энергиями, движущимися в обратном направлении в пространстве-времени. В представлении Фолди-Ваутхайзена ситуация изменяется. Если в уравнении для элементов *S*-матрицы слева использовать $\left[\left(\bar{\psi}_{FW}\right)_0^{(+)}\right]_f$, а с правой стороны $-\left[\left(\psi_{FW}\right)_0^{(-)}\right]_i$, то из-за структуры биспиноров и из-за четности гамильтониана взаимодействия $K^{FW}(y)$ во всех порядках теории возмущений мы будем получать нулевые значения соответствующих элементов *S*-матрицы.

$$\left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iE_f t - i\mathbf{p_f r}} \begin{pmatrix} \bar{U}_S & 0 \end{pmatrix} \middle| M \middle| \begin{pmatrix} 0 \\ U_S \end{pmatrix} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iE_i t - i\mathbf{p_i r}} \right\rangle = 0!!!$$

четный оператор по определению

Аналогичный результат мы получим, если использовать в указанном уравнении слева $\left[\left(\bar{\psi}_{FW}\right)_0^{(-)}\right]_f$, а с правой стороны $-\left[\left(\psi_{FW}\right)_0^{(+)}\right]_i$.

Таким образом, позитроны в FW-представлении не могут описываться электронными состояниями с отрицательными энергиями. Позитроны в FW-представлении должны описываться состояниями с положительными энергиями специального уравнения для позитронов.

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

- При описании физических процессов в $(\text{КЭД})_{FW}$ с участием реальных античастиц обнаружено, что в исходных уравнениях Дирака массовые слагаемые для частиц и античастиц должны иметь противоположные знаки. Это связано с нашим отказом использовать в теории состояния с отрицательными энергиями.

КЭД в представлении Фолди-Ваутхайзена

- Уравнение Дирака для позитронов имеет вид

$$p^0\psi_D^C = \left(\boldsymbol{\alpha}\left(\mathbf{p} + e\mathbf{A}\right) - \beta m - eA^0\right)\psi_D^C.$$

Здесь $\psi_D^C = \beta\Sigma_2\psi_D^*,\ \Sigma_2 = \begin{pmatrix}\sigma_2 & 0\\ 0 & \sigma_2\end{pmatrix},\ \psi_D^*$ - комплексно сопряженный биспинор.

Это уравнение отличается от уравнения Дирака знаками заряда и слагаемого с βm.

В FW-представлении уравнение имеет вид

$$p^0\psi_{FW}^C = \left(\beta E - eK_1^{FW}\left(-m, A^\mu\right) + e^2K_2^{FW}\left(-m, A^\mu, A^\nu\right) - e^3K_3^{FW}\left(-m, A^\mu, A^\nu, A^\gamma\right) + \ldots\right)\psi_{FW}^C.$$

Здесь отсутствуют слагаемые с положительным знаком перед массой *m*.

В [1] без использования состояний с отрицательными энергиями фермионов развит формализм $(\text{КЭД})_{FW}$ и рассчитан ряд физических эффектов. Конечные результаты расчетов совпадают с результатами в стандартной КЭД.

[1] В. П. Незнамов, ЭЧАЯ 37, 152 (2006), arxiv: hep-th/0411050.

$(\text{КЭД})_{KG}$ с уравнением для фермионов типа Клейна-Гордона

Самосопряженные уравнения для электронов и позитронов со спинорными волновыми функциями получены в работах [1], [2]. Эти уравнения имеют вид

$$\left[\left(p^0-eA^0\right)^2-m^2-\left(p^0-eA^0+m\right)^{1/2}\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{p}-e\mathbf{A}\right)\frac{1}{p^0-eA^0+m}\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{p}-e\mathbf{A}\right)\left(p^0-eA^0+m\right)^{1/2}\right]\Phi=0,$$

$$\left[\left(p^0+eA^0\right)^2-m^2-\left(p^0+eA^0-m\right)^{1/2}\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{p}+e\mathbf{A}\right)\frac{1}{p^0+eA^0-m}\boldsymbol{\sigma}\left(\mathbf{p}+e\mathbf{A}\right)\left(p^0+eA^0-m\right)^{1/2}\right]\Phi^C=0.$$

В уравнениях можно провести разложение по степеням заряда *e*

$$\left[p_0^2-\mathbf{p}^2-m^2\mp eV_1\left(\pm m,A^\mu\right)-e^2V_2\left(\pm m,A^\mu,A^\nu\right)\mp e^3V_3\left(\pm m,A^\mu,A^\nu,A^\gamma-\ldots\right)\right]\Phi\left(\pm m,\mathbf{r},t\right)=0.$$

Здесь верхние знаки перед зарядом и массой соответствуют уравнению для электрона, нижние знаки соответствуют уравнению для позитрона, $\Phi\left(+m,\mathbf{r},t\right)=\Phi,\Phi\left(-m,\mathbf{r},t\right)=\Phi^C$, $\Phi^C=\sigma_2\Phi^*$. $\Phi=g_\varphi\varphi\left(\mathbf{r},t\right)U_S$, где $g_\varphi=\left(p^0-eA^0+m\right)^{-1/2}$. Алгоритм для определения оператора взаимодействия $V=eV_1+e^2V_2+e^3V_3+\ldots$ приведен в [2].

*[1] В. П. Незнамов, И. И. Сафронов, ЖЭТФ **155**, 792 (2019), arxiv: 1907.03579 (physics. gen-ph, hep-th).*

[2] V. P. Neznamov, Int. J. Mod. Phys. A, 2150173 (2021), arxiv: 2110.03530 (physics. gen-ph).

$(КЭД)_{KG}$ с уравнением для фермионов типа Клейна-Гордона

В свободном случае самосопряженные уравнения для электронов и позитронов становятся уравнениями Клейна-Гордона со спинорными волновыми функциями

$$\left(p_0^2-\mathbf{p}^2-m^2\right)\Phi_0\left(\mathbf{r},t\right)=0,\ \left(p_0^2-\mathbf{p}^2-m^2\right)\Phi_0^C\left(\mathbf{r},t\right)=0.$$

Ортонормированные решения этих уравнений имеют вид

$$\Phi_0^{(\pm)}\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{3/2}}\frac{1}{\sqrt{2E}}e$$ [redacted]

В работе [1] по аналогии с $(КЭД)_{FW}$ развит формализм $(КЭД)_{KG}$ и рассчитан ряд физических эффектов. Как и в FW-представлении, конечные результаты расчетов совпадают с результатами в стандартной КЭД.

В $(КЭД)_{KG}$ в расчетах не используются реальные и виртуальные состояния с отрицательными энергиями самосопряженных уравнений для электронов и позитронов . В уравнениях массовые слагаемые для частиц и античастиц имеют противоположные знаки.

[1] V. P. Neznamov, Int. J. Mod. Phys. A, 2150173 (2021), arxiv: 2110.03530 (physics. gen-ph).

Стандартная КЭД без моря Дирака и с противоположными знаками перед массами частиц и античастиц

В стандартной КЭД используется уравнение Дирака с биспинорной волновой функцией.

В данном разделе мы отвечаем на вопрос: возможно ли развить формализм КЭД с уравнениями Дирака с противоположными знаками перед зарядами и массами частиц и античастиц и с использованием только положительных энергий для реальных и виртуальных фермионных состояний.

Как известно, унитарные преобразования гамильтонианов и волновых функций в квантовой теории сохраняют все физические характеристики, присущие рассматриваемым объектам исследований. Однако при переходе от представления Дирака к представлению Фолди-Ваутхайзена мы сталкиваемся с другой физической картиной.

Стандартная КЭД без моря Дирака и с противоположными знаками перед массами частиц и античастиц

В представлении Дирака в квантовой теории существует связь между решениями с положительной и отрицательной энергиями фермионов. В представлении Фолди-Ваутхайзена такая связь отсутствует.

Очевидно, в представлении Дирака существует лишняя нефизическая информация, которая используется в формализме стандартной КЭД. Эта информация связана с отрицательными энергиями фермионов. Для восстановления паритета с представлением Фолди-Ваутхайзена мы должны отказаться от использования в физических целях решений с отрицательными энергиями фермионов в стандартной КЭД. Решения с отрицательной энергией необходимы лишь для математической полноты в разложениях операторов и волновых функций.

Стандартная КЭД без моря Дирака и с противоположными знаками перед массами частиц и античастиц

Итак, в обновленной КЭД с уравнением Дирака и с биспинорной волновой функцией $(КЭД)_{DN}$ мы будем использовать два отдельных уравнения для электронов и позитронов. Эти уравнения отличаются друг от друга знаком электрического заряда и знаками перед слагаемыми с массами электрона и позитрона.

Вторым изменением правил Фейнмана является использование двух отдельных запаздывающих пропагаторов для распространения виртуальных электронов и позитронов. В расчетах с участием запаздывающих функций Грина должны учитываться только положительно-частотные полюса.

Стандартная КЭД без моря Дирака и с противоположными знаками перед массами частиц и античастиц

В итоге в $(КЭД)_{DN}$ при вычислении физических эффектов достаточно использования решений с положительными энергиями фермионов. Это относится как к реальным, так и к виртуальным промежуточным фермионным состояниям.

В обновленной $(КЭД)_{DN}$ фермионный вакуум является пустым, в теории отсутствуют процессы с виртуальным рождением и аннигиляцией частиц и античастиц.

Результаты вычисленных электродинамических явлений в обновленной КЭД совпадают с результатами в стандартной (КЭД), а также с версиями $(КЭД)_{FW}$ и $(КЭД)_{KG}$.

Возможности экспериментальной проверки состояния фермионного вакуума в КЭД

В стандартной КЭД фермионный вакуум является непустым. В нем присутствуют процессы рождения и аннигиляции виртуальных электрон-позитронных пар. В сильных электромагнитных полях возможно вакуумное рождение реальных электрон-позитронных пар. Известным примером является эффект Швингера: вакуумное рождение реальных пар в сильном однородном электрическом поле.

В вариантах КЭД без использования фермионных состояний с отрицательными энергиями фермионный вакуум является пустым. В нем отсутствует возможность вакуумного рождения реальных и виртуальных пар.

Прямым ответом на вопрос о содержании фермионного вакуума является экспериментальное подтверждение существования (или отсутствия) эффекта Швингера.

Интенсивность критического поля Швингера равна $\sim 5 \cdot 10^{29}$ Вт/см^2.

Возможности экспериментальной проверки состояния фермионного вакуума в КЭД

Для достижения в экспериментах такой чрезвычайно высокой интенсивности просматриваются две возможности:

- ❑ Разработка оптических лазеров эксаваттной мощности (см., например, проект XCELS). На установке XCELS предполагается достижение интенсивности лазерного поля $\sim 10^{24} \div 10^{25}$ Вт/см^2. Расчетами показано, что в случае использования единственного сфокусированного лазерного импульса необходимая интенсивность критического поля для производства электрон-позитронных пар уменьшается до $I = 10^{28}$ Вт/см^2. При столкновении двух и более сфокусированных лазерных импульсов интенсивность порогового критического поля уменьшается до $I = 10^{25} \div 10^{26}$ Вт/см^2.

Центр исследований экстремальных световых полей на базе лазера с экзаваттным уровнем мощности (XCELS)

РФЯЦ-ВНИИЭФ
РОСАТОМ

- 200 ПВт, 25 фс, фазировка 10^{-15} с
- Усиление: многокаскадное параметрическое
- Апертура 40×40 см
- Накачка: дисковый усилитель (прототип модуль УФЛ-2М)

Инновации
- новая ускорительная техника
- новые лазерные источники
- диагностика с рекордным разрешением

Ускорение электронов и ионов	Сверхяркие γ источники	Структура вакуума	Атто и зетасекундная физика

12 канальный лазер с пиковой мощностью 200 ПВт

Установка XCELS

Линейный ускоритель

- Длительность: 25 фс
- Суммарная мощность: 200 ПВт
- Накачка: модуль УФЛ-2М

Вещество и антивещество	Процессы внутри ядра	Ультра-релятивизм	Астрофизика,космология, гравитация

Полная мощность установки более чем на порядок превышает сегодняшний мировой рекорд

Возможности экспериментальной проверки состояния фермионного вакуума в КЭД

- Эксперименты по столкновениям тяжелых ионов с суммарным $Z>170 \div 175$. Такие эксперименты проводились на установках GSI (Дармштадт, Германия) и Аргоннской национальной лаборатории (США) в 70-х – 80-х годах прошлого века. Однако они так и не привели к однозначному выводу о возможности вакуумного рождения пар в сверхкритических полях. Новые эксперименты, посвященные этой тематике, можно провести на строящихся в настоящее время ускорительных центрах FAIR (Дармштадт, Германия), HIAF (Китай), NICA (Дубна, Россия).

Заключение

Рассмотрена версия $(КЭД)_{DN}$ с противоположными знаками перед зарядами и массами частиц и античастиц в уравнениях Дирака и с пустым фермионным вакуумом без «моря» состояний с отрицательными энергиями. Версия $(КЭД)_{DN}$ с уравнениями Дирака и с биспинорными волновыми функциями по идеологии согласуется с ранее разработанными автором версиями $(КЭД)_{FW}$ в представлении Фолди-Ваутхайзена и $(КЭД)_{KG}$ со спинорными уравнениями для электронов и позитронов типа Клейна-Гордона.

Во всех версиях в реальных и виртуальных промежуточных состояниях используются только состояния с положительными энергиями.

Главными отличиями обновленной $(КЭД)_{DN}$ по сравнению со стандартной КЭД являются использование двух отдельных уравнений Дирака для электронов и позитронов и отдельных запаздывающих электронных и позитронных пропагаторов без учета отрицательно-частотных полюсов. Это приводит к небольшому изменению правил Фейнмана.

Рассмотренные версии КЭД тестированы вычислениями физических процессов.

В нижайшем порядке теории возмущений вычислены сечения кулоновского рассеяния электрона, рассеяния электрона на протоне, комптон-эффекта, аннигиляции электрон-позитронной пары. Вычислены собственная энергия электрона, собственная энергия фотона, аномальный магнитный момент электрона, лэмбовский сдвиг энергетических уровней. Конечные результаты полностью совпадают с результатами стандартной КЭД с морем Дирака.

Заключение

В обсуждаемых версиях КЭД новое состояние фермионного вакуума приводит к новым физическим следствиям.

1. В этих версиях КЭД отсутствует «дрожание» (Zitterbewegung) координат фермионов. Этот факт, связанный с отсутствием виртуального взаимодействия между состояниями фермионов с положительными и отрицательными энергиями, был отмечен еще в первой статье Фолди-Ваутхайзена.
2. По тем же причинам в этих версиях КЭД отсутствует парадокс Клейна.
3. В обсуждаемых версиях КЭД отсутствуют процессы вакуумного рождения пар «частица-античастица» в сильных электромагнитных полях. В частности, отсутствует эффект Швингера – вакуумное рождение пар в сильном однородном электрическом поле.

Вывод пункта 3 в перспективе может быть проверен экспериментально. Интенсивность критического поля, необходимого для вакуумного рождения пар, может быть достигнута как в установках с оптическими лазерами эксаваттной мощности $Z \geq 170 \div 175$, так и в экспериментах по столкновению тяжелых ионов с суммарным   на строящихся ускорительных центрах FAIR, HIAF, NICA.

Спасибо за внимание

Описание в $(КЭД)_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

Ниже мы будем использовать формулы с обозначениями, принятыми в Стандартной модели (см., например, [1])

$$\hat{p} = \gamma_\mu p^\mu,\ \gamma_\mu = \gamma_0 \alpha_\mu,\ \gamma_0 = \beta.$$

Если $\left(\psi_D\right)_0^{(+)}(x) = \sqrt{\dfrac{m}{E(2\pi)^3}}\, u^e(p,s,m)\, e^{-ipx}$, то свободное уравнение Дирака для электрона имеет вид

$$\left(\hat{p} - m\right) u^e(p,s,m) = 0.$$

Аналогично, если $\left(\psi_D^C\right)_0^{(+)} = \sqrt{\dfrac{m}{E(2\pi)^3}}\, u^p(p,s,-m)\, e^{-ipx}$, то свободное уравнение Дирака для позитрона имеет вид

$$\left(\hat{p} + m\right) u^p(p,s,-m) = 0.$$

[1] Д. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл, Релятивистская квантовая теория, т.1, Наука, Москва (1978)

Описание в $(КЭД)_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

Запаздывающие пропагаторы для электрона и позитрона равны, соответственно

$$\frac{i}{\hat{p} \pm m + i\varepsilon}.$$

Условия полноты для $u^e(p,s,m)$ и $u^p(p,s,-m)$ равны

$$\sum_{\pm s} u^e_\beta(p,s,m)\bar{u}^e_\lambda(p,s,m) = \left(\frac{\hat{p}+m}{2m}\right)_{\beta\lambda},$$

$$\sum_{\pm s} u^p_\beta(p,s,-m)\bar{u}^p_\lambda(p,s,-m) = \left(\frac{\hat{p}-m}{2m}\right)_{\beta\lambda}.$$

Здесь и далее черта над функцией означает ее эрмитово сопряжение с последующим умножением на матрицу γ^0.

Описание в $(КЭД)_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

- Комптоновское рассеяние фотонов на электронах (позитронах).

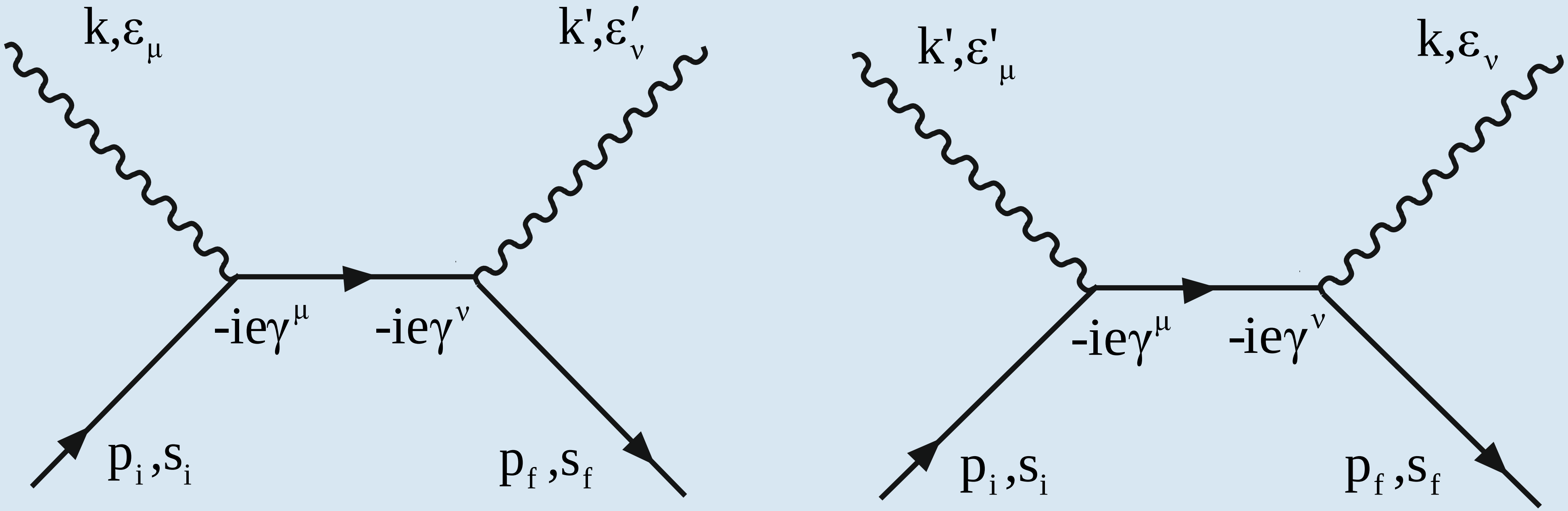

Рис. 1. Диаграммы Фейнмана второго порядка теории возмущений.

На рисунке p_i, p_f, s_i, s_f либо четырехимпульсы и спины электрона, либо четырехимпульсы и спины позитрона$k, \varepsilon, k', \varepsilon'$ - импульсы и поляризации поглощаемых и испускаемых фотонов.

Описание в $(\text{КЭД})_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

Матричный элемент S-матрицы равен

$$S_{fi}^{\text{компт}} = \frac{e^2}{V^2}\sqrt{\frac{m^2}{E_f E_i}}\frac{1}{\sqrt{2k2k'}}(2\pi)^4\delta^4\left(p_f + k' - p_i - k\right)\bar{u}\left(p_f, s_f, \pm m\right)\times$$

$$\times\left[\left(-i\hat{\varepsilon}'\right)\frac{i}{\hat{p}_i + \hat{k}_+ \mp m}\left(-i\hat{\varepsilon}\right) + \left(-i\hat{\varepsilon}\right)\frac{i}{\hat{p}_i - \hat{k}_+ \mp m}\left(-i\hat{\varepsilon}'\right)\right]u\left(p_i, s_i, \pm m\right).$$

Сечение для неполяризованного электрона или позитрона равно (см, например, [1])

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\sum_{\pm s_i, s_f}\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{2}\left(\frac{k'}{k}\right)^2 \mathrm{Sp}\,\frac{\hat{p}_f \pm m}{2m}\left(\frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}k}{2kp_i} + \frac{\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}'k'}{2k'p_i}\right)\frac{\hat{p}_i \pm m}{2m}\left(\frac{k\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}'}{2kp_i} + \frac{k'\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{2k'p_i}\right).$$

Здесь верхний знак перед массой *m* должен использоваться в расчетах сечения рассеяния фотона на электроне, нижний знак – в расчетах сечения рассеяния фотона на позитроне. Оба сечения равны и совпадают с сечениями, рассчитанными в стандартной КЭД.

[1] Д. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл, Релятивистская квантовая теория, т.1, Наука, Москва (1978)

Описание в $(КЭД)_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

- Аннигиляция электрон-позитронной пары

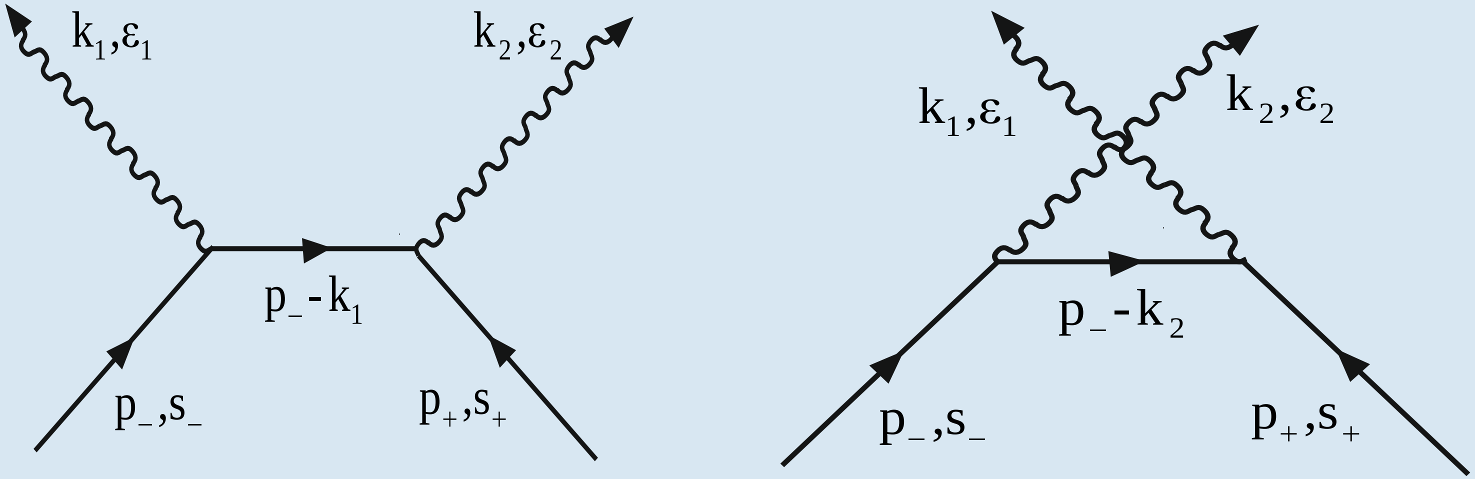

Рис.2. Диаграммы Фейнмана второго порядка теории возмущений.

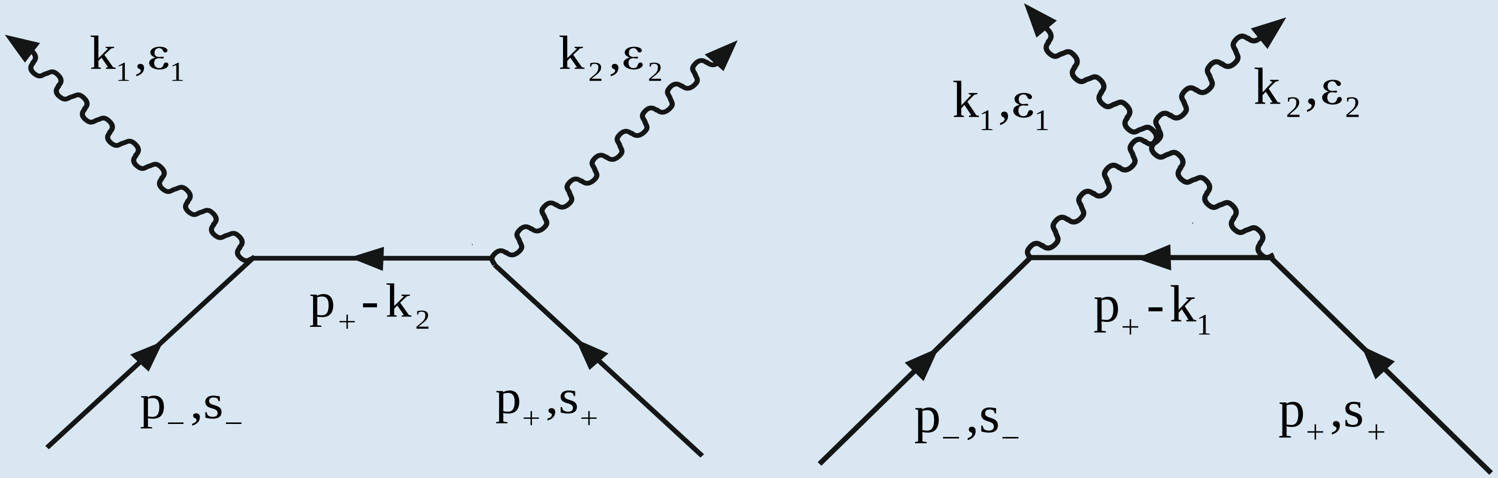

Рис. 3. Диаграммы Фейнмана второго порядка теории возмущений.

Описание в $(\text{КЭД})_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

На рис. 2 подразумевается использование электронных пропагаторов $i/\left(\hat{p}_- - \hat{k}_1 - m + i\varepsilon\right)$, $i/\left(\hat{p}_- - \hat{k}_2 - m + i\varepsilon\right)$, на рис.3 подразумевается использование позитронных пропагаторов $i/\left(\hat{p}_+ - \hat{k}_2 + m + i\varepsilon\right)$, $i/\hat{p}_+ - \hat{k}_1 + m + i\varepsilon$.

Диаграммы рис. 2 и 3 эквивалентны друг другу, т.к. они совпадают при $p_+ \leftrightarrow p_-$, $s_+ \leftrightarrow s_-$, $+m \leftrightarrow -m$. При вычислениях сечения аннигиляции можно использовать либо диаграммы рис. 2, либо диаграммы рис. 3.

По аналогии со стандартной КЭД (см., например, [1]) дифференциальное сечение аннигиляции, соответствующее, например, диаграммам рис. 2, равно

$$d\sigma = \frac{e^4}{(2\pi)^2}\int \frac{m}{E_+\beta_+}\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,\frac{\hat{p}_+ - m}{2m}\left(\frac{\hat{\varepsilon}_2\hat{k}_1\hat{\varepsilon}_1}{2p_-k_1} + \frac{\hat{\varepsilon}_1\hat{k}_2\hat{\varepsilon}_2}{2p_-k_2}\right)\frac{\hat{p}_- + m}{2m}\left(\frac{\hat{\varepsilon}_1\hat{k}_1\hat{\varepsilon}_2}{2p_-k_1} + \frac{\hat{\varepsilon}_2\hat{k}_2\hat{\varepsilon}_1}{2p_-k_2}\right)\frac{d^3k_1}{2k_1}\frac{d^3k_2}{2k_2}\delta^4\left(k_1 + k_2 - p_- - p_+\right).$$

Это выражение приведено для случая неполяризованного позитрона, сталкивающегося с покоящимся в лабораторной системе неполяризованным электроном. Оно полностью совпадает с аналогичным выражением в стандартной КЭД.

[1] Д. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл, Релятивистская квантовая теория, т.1, Наука, Москва (1978)

Возможности экспериментальной проверки состояния фермионного вакуума в КЭД

- Собственная энергия электрона и позитрона

На рис. 4 *p* - импульс электрона (позитрона). При вычислениях используется либо запаздывающий электронный пропагатор, либо запаздывающий позитронный пропагатор.

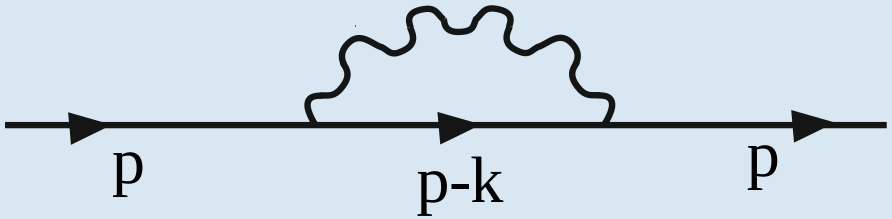

Рис. 4. Диаграмма Фейнмана второго порядка теории возмущений.

Оператор собственной энергии во втором порядке теории возмущений равен

$$M(p) = -\frac{8\pi i}{(2\pi)^4} e^2 \int \frac{\pm 2m - \hat{p} + \hat{k}}{(p-k)^2 - m^2} \frac{d^4k}{k^2}.$$

Здесь верхний знак перед массой соответствует собственной энергии электрона, нижний знак – собственной энергии позитрона. В итоге после вычислений оба выражения совпадают друг с другом и с выражениями для собственных энергий электрона и позитрона, вычисленными в стандартной КЭД.

Возможности экспериментальной проверки состояния фермионного вакуума в КЭД

- Собственно-энергетическая функция фотона

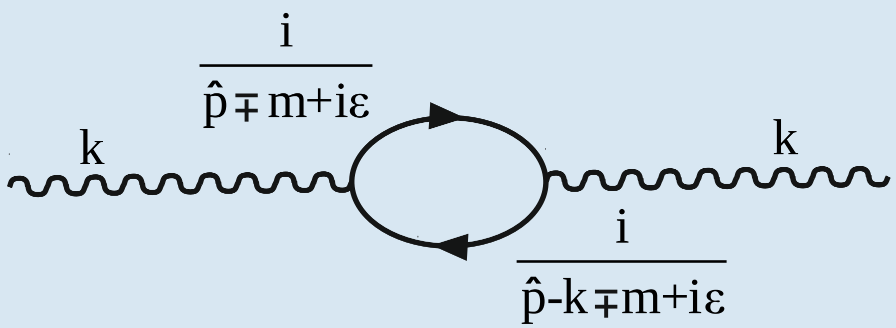

Рис. 5. Диаграммы Фейнмана второго порядка теории возмущений

Во втором порядке теории возмущений фотонный пропагатор можно записать в виде

$$-iD_{\alpha\beta} = \frac{(-i)g_{\alpha\beta}}{k^2} + \frac{(-i)g_{\alpha\mu}}{k^2} i\Pi_{\mu\nu} \frac{(-i)g_{\nu\beta}}{k^2}.$$

Тензор $\Pi_{\mu\nu}(k)$ равен

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = -(-ie)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \mathrm{Sp}\left(\gamma^\mu \frac{i}{\hat{p} - m + i\varepsilon} \gamma^\nu \frac{i}{\hat{p} - \hat{k} - m + i\varepsilon} + \gamma^\mu \frac{i}{\hat{p} + m + i\varepsilon} \gamma^\nu \frac{i}{\hat{p} - \hat{k} + m + i\varepsilon} \right).$$

Тензор $\Pi_{\mu\nu}(k)$ в конечных выражениях совпадает с соответствующим тензором в стандартной КЭД.

Описание в $(КЭД)_{DN}$ некоторых эффектов квантовой электродинамики

Нелинейные поправки в уравнениях электромагнитного поля в стандартной КЭД приводят к ряду специфических эффектов таких как рассеяние света на свете, рассеяние фотонов во внешнем кулоновском поле (рассеяние Дельбрука), расщепление (слияние) фотонов в магнитных полях. В нижайших порядках теории возмущений эти эффекты описываются в стандартной КЭД диаграммами с замкнутыми фермионными петлями, содержащими конечное число фейнмановских электрон-позитронных пропагаторов. В этом случае пропагаторы содержат полюса с положительной и отрицательной энергиями электронов.

В обновленной $(КЭД)_{DN}$ обсуждаемые физические эффекты в нижайших порядках теории возмущений будут описываться суммой диаграмм с замкнутыми фермионными петлями двух типов. Первый тип содержит запаздывающие электронные пропагаторы, второй тип – запаздывающие позитронные пропагаторы. В этих пропагаторах учитываются только полюса с положительной энергией. Позитронные пропагаторы отличаются от электронных знаком перед слагаемым с массой m. Поскольку во всех рассматриваемых эффектах конечные выражения не зависят от знака перед массой m, то в расчетах обновленной $(КЭД)_{DN}$ мы будем получать одинаковые со стандартной КЭД результаты.

Изменение правил Фейнмана

1. В расчетах используются уравнения Дирака для электрона

$$\left(\hat{p}-e\hat{A}-m\right)\psi_D^e\left(x\right)=0$$

и уравнение Дирака для позитрона

$$\left(\hat{p}+e\hat{A}+m\right)\psi_D^p\left(x\right)=0.$$

В свободном случае в уравнениях выше используются только решения с положительными энергиями.

2. Каждой электронной вершине соответствует множитель $\left(-ie\gamma^{\mu}\right)$, каждой позитронной вершине – множитель $\left(+ie\gamma^{\mu}\right)$.

3. Для электрона и позитрона используются запаздывающие пропагаторы. В импульсном представлении они равны

$$\frac{i}{\hat{p}_e-m+i\varepsilon}=\frac{i\left(\hat{p}_e+m\right)}{p_e^2-m^2+i\varepsilon},\quad \frac{i}{\hat{p}_p+m+i\varepsilon}=\frac{i\left(\hat{p}_p-m\right)}{p_P^2-m^2+i\varepsilon}.$$

Изменение правил Фейнмана

4. Из n-эквивалентных диаграмм, описывающих процессы рождения или аннигиляции реальных электрон-позитронных пар, в расчетах достаточно использовать какую-либо одну диаграмму. Здесь n – число вершин в исследуемой диаграмме.

5. Для описания физических процессов с фермионными петлями необходимо использовать сумму диаграмм с электронными и позитронными петлями. В диаграммах с электронными петлями используются только запаздывающие электронные пропагаторы; в диаграммах с позитронными петлями используются только запаздывающие позитронные пропагаторы.