

ОТЧЕТ НА ПРЕДМЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ ПРОП. КАМЕРЫ УСТАНОВКИ “ICAR16”

18 декабря 2016г, вер. 02d

espiride@pnpi.spb.ru[†]

Аннотация

Установлены предельные значения разрешения и смещения оценки координаты трека ионизации пропорциональной камеры, проектируемой для нового ИКАРа, с учетом только шумов электроники.

1. Введение

В пропорциональной камере, катод которой поделен на стрипы, координата трека определяется по положению центра тяжести распределения наведенного тока. Естественное желание увеличить ширину стрипов, чтобы сократить число регистрирующих каналов, ограничено допустимой нелинейностью. Уровень шума электроники, в значительной степени влияющий на пространственное разрешение, имеет свои пределы. Вот почему целью данной работы стало выяснение возможностей обработки сигналов стрипов, с целью получения наилучшего разрешения и минимальной нелинейности оценки координаты трека. Имеется много ссылок на труды, в которых рассматриваются те или иные вопросы камер с катодным съемом. Однако среди них очень много мусора. Поэтому было решено изложить и зафиксировать наши представления по указанным вопросам.

[†] Spiridenkov E, PNPI, Gatchina, Leningrad dst., 188350, Russia.

2. Конструкция, наведенные токи и емкостная модель камеры.

На рис.1 изображен фрагмент камеры, характеристики которой используются

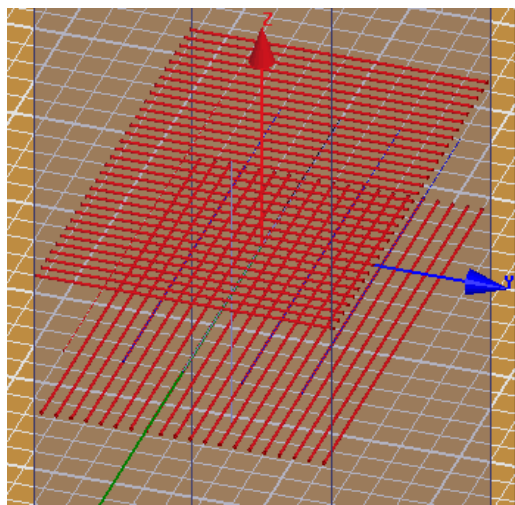


Рис.1. Фрагмент пропорциональной камеры.

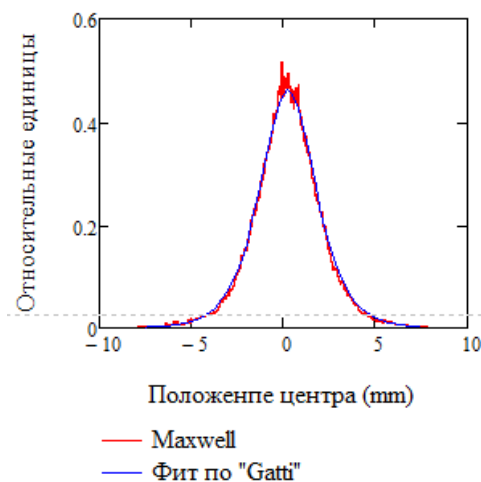


Рис.2. Плотность распределения наведенного тока на катод

в расчетах. Каждые четыре проволочки катодной плоскости, верхней на рисунке, объединены в 8 стрипов. Взаимные и собственные емкости одного из центральных стрипов представлены таблицей 1.

""	"str2"	"str3"	"str4"	"str5"	"str6"	"wrs_a"	"dw"
"str4"	-0.015	-0.133	0.351	-0.133	-0.015	-0.04	-0.015

Таб.1. Емкости одного из центральных стрипов фрагмента камеры.
Размерность "pF".

Учитывая размеры фрагмента, заключаем, что общая емкость стрипа, а также и других равна **35.6 pF/m**. Более того величины этих емкостей в основном определяются взаимными емкостями на соседние стрипы, что приводит к необходимости учета корреляции шумов электроники, подключаемой к стрипам.

Диаметр катодной проволочки можно считать малыми, и соответственно непосредственно определить плотность распределения катодного наведенного тока по известным процедурам с помощью программы "Maxwell". Рис.2 показывает итог такого подхода и результаты фитирования по формуле "Gatti"¹

3. Пространственное разрешение наклонных треков

В камере с катодным съемом сигналов координата трека определяется по наведенному току катодной плоскости, точнее в нахождении его среднего или максимального значения, что одно и тоже в силу симметрии наведенного тока. Катодная плоскость разделена на стрипы и доступны только сигналы стрипов, находящиеся в шумах предусилителей их съема. Кроме того, предполагается, что треки ионизации могут иметь наклон по отношению к анодной плоскости, что приводит к дополнительному размытию наведенных токов.

Цель данного рассмотрения: установить оценку положения наведенного тока

на катодной плоскости, ее разрешение и смещение как отличие от истинного положения при данных параметрах камеры. Зафиксируем эти параметры:

h=2.5mm расстояние анод/катод. Все остальные размеры нормированы на это величину,
w=.8..... нормированная ширина стрипа, на самом деле равна **2mm**,
d=0...1.4..... параметр наклона трека, равен проекции трека на анодную проволочку, деленную на “**h**”. Соответствует углу наклона трека в диапазоне **0...30** градусов.

Выражение для плотности распределения наведенного тока на катодную плоскость заимствуем у “Gatti” и представляем его в следующем виде:

$$\rho(x, w) := K_0 \cdot w \cdot \frac{1 - \tanh(K_1 \cdot w \cdot x)^2}{1 + K_2 \cdot \tanh(K_1 \cdot w \cdot x)^2}$$

Значения вектора “**K**” определены выше, и они равны:

$$K := (0.603 \quad 1.059 \quad 0.462)^T$$

Установим положение нуля координатной оси вдоль которой находится положение наведенного тока. Для нечетного числа стрипов, принятых для анализа, нуль будет расположен в середине центрального стрипа, в случае четного числа в центре группы стрипов. Каждому стрипу присваивается положение его центра. В частности группе из 5 стрипов будет соответствовать вектор $N = (-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2)^T$, для 4 стрипов $N = (-1.5 \quad -.5 \quad .5 \quad 1.5)^T$.

Учитывая сказанное, определяем функцию для нахождения токов стрипов с учетом наклона трека.

$$\rho_c(y, x_0, w, d, \rho) := \int_{y-(1+d) \cdot .5}^{y+(1+d) \cdot .5} \rho(x - x_0, w) \cdot \text{ftp}(y - x, d) dx$$

Функция “**ftp(x,d)**” является сверткой двух прямоугольных функций с единичной площадью и длительностью по основанию “**1 и d**” соответственно. Первая из них осуществляет интегрирование наведенного тока по ширине стрипа, вторая учитывает наклон трека.

Теперь все готово для определения токов выбранной группы стрипов

$$Vq(x_0, w, d)_n := \rho_c(N_n, x_0, w, d, \rho)$$

Приведенная формула представляет вектор наведенных токов стрипов с параметрами:

“**x0**” среднее положение наведенного тока,

при этом “ $-.5 < x_0 < .5$ ”,
 “ w ” нормированная ширина стрипа,
 “ d ” параметр наклона трека,
 “ n ” индекс вектора координат стрипов.

По измеренным значениям токов выбранной группы стрипов требуется дать оценку неизвестных значений параметров “ x_0 ”, “ d ” и “ Q_0 ”, амплитуды наведенного тока, исходя из априорных знаний, представленных в итоге предыдущей формулой. Проведенный анализ изложен в приложении 1. Приведем лишь окончательные расчетные формулы и отметим, что параметр “ d ” свободен для выбора в силу линейной зависимости уравнений, определяющих “ d ” и “ Q_0 ”. Кроме того, оценка параметра “ Q_0 ” находится явно, что позволяет включить ее определение в уравнение нахождения “ x_0 ”

Итак:

$$V_q(x_0, w, d_0)^T \cdot W_c(x, w, d, r) = 0$$

$$W_c(x, w, d, r) := fM(r) \cdot \left(V_q'(x, w, d) - V_q(x, w, d) \cdot \frac{V_q(x, w, d)^T \cdot fM(r) \cdot V_q'(x, w, d)}{V_q(x, w, d)^T \cdot fM(r) \cdot V_q(x, w, d)} \right)$$

Приведенное уравнение имеет простой смысл. $V_q(x_0, w, d_0)$ вектор измеренных значений группы стрипов, где “ x_0 ” центр тяжести наведенного тока, которому необходимо дать оценку. Вектор “ W_c ” является весовой функцией и значение “ x ” при котором уравнение справедливо и есть оценка “ x_0 ”. Исходное значение параметра наклона трека “ d_0 ” не определяемо, поэтому соответствующий параметр весового вектора выбирается из априорных данных.

Параметр “ r ” есть коэффициент корреляции шумов соседних стрипов. В формуле весовой функции корреляция шумов отражена в виде матрицы “ $fM(r)$ ”. В этой матрице корреляция шумов не соседних стрипов не учитывается.

Следующие рисунки демонстрируют итог расчетов смещения оценки “ x_0 ”, по приведенным формулам. Данные этих рисунков получены для числа рассматриваемых стрипов равным “ $nm=5$ ” как с учетом корреляции, “ $rc=-.4$ ”, так при ее отсутствии.

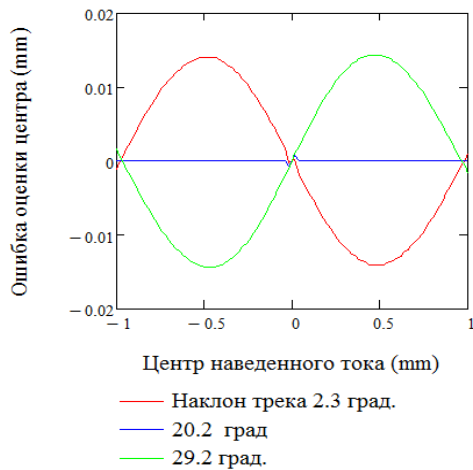


Рис.3. Смещение оценки положения центра наведенного тока по ширине стрипа для группы из пяти стрипов и параметре наклона “ $d=.92$ ”. Корреляция отсутствует.

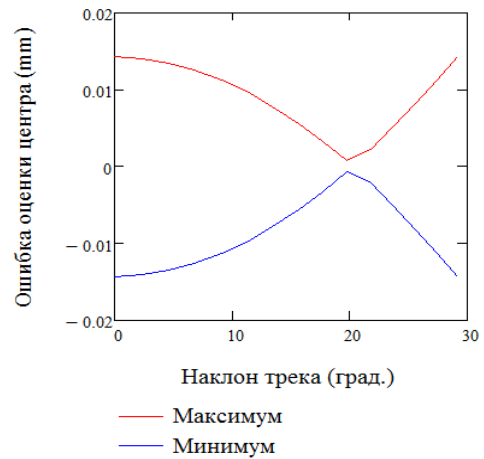


Рис 4. Тоже самое, но в зависимости от наклона трека.

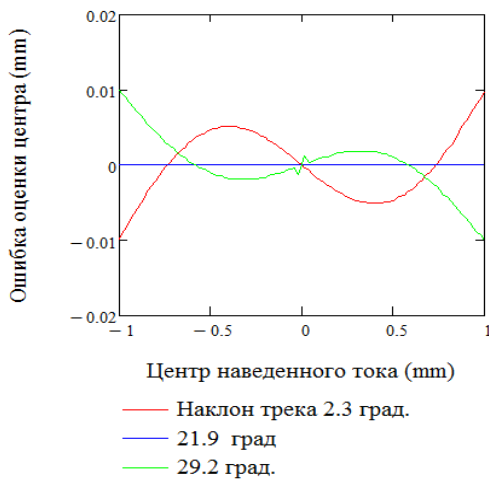


Рис.5. Смещение оценки положения центра наведенного тока по ширине стрипа для группы из пяти стрипов и параметре наклона “ $d=1.01$ ”. Корреляция “ $rc=-.4$ ”.

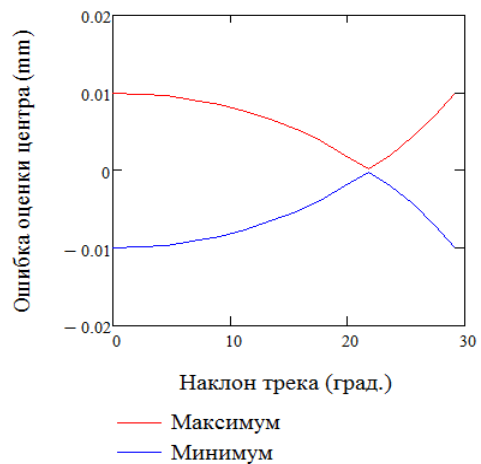


Рис.6. Зависимость смещения от наклона трека при тех же условиях.

Расчеты были проделаны и для другого количества стрипов, принятых к анализу. Результаты зафиксированы в таб.2. Заметим, что ошибка в отсутствии

"nm"	4	5	6	7	8	9
"rc=0"	0.018	0.014	0.015	0.015	0.015	0.015
"rc=-.4"	0.023	0.01	0.011	0.006	0.008	0.007

Таб.2. Таблица, представляющая смещение оценки для разного числа стрипов, по которым определяется положение наведенного тока. Размерность “mm”.

корреляции почти не зависит от числа стрипов, но при ее наличии можно наблюдать минимум для “**nm=7**”.

Весовая функция, используемая для расчетов смещения, предполагает точное знание формы распределения наведенных токов и корреляции шумов. И если бы параметр наклона трека был известен, то ошибка в определении положения была бы нулевой. Сравним полученные результаты с тем, что дают простые формулы типа центра тяжести или предложенной нами, не требующих таких знаний. Эти формулы линейны и оценка находится путем элементарных вычислений.

В принятом подходе весовая функция формулы центра тяжести для пяти стрипов представляется как:

$$Wg(x)_n := Ag_n + Bg_n \cdot x \quad Ag := (-2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2)^T \quad Bg_n := -1$$

а формула, предложенная нами, следующим образом:

$$Ww(x)_n := Aw_n + Bw_n \cdot x \quad Aw := (-.75 \ -1 \ 0 \ 1 \ .75)^T \quad Bw := (1.5 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1.5)^T$$

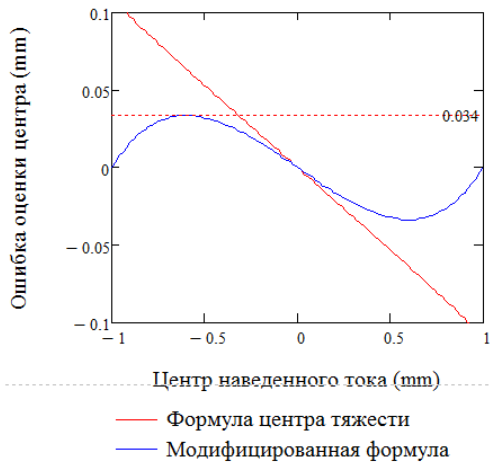


Рис.7. Смещены оценки по ширине стрипа.

Рис.7 представляет результаты расчетов для треков с наклоном в 21.90 градусов. Наибольшая ошибка оценки положения наведенного тока слабо зависит от наклона треков. В частности с использованием модифицированной формулы ошибка меняется с 0.032mm до 0.036mm в диапазоне наклона треков (0...30) градусов. Максимальное смещение оценки лишь в два с небольшим раза превышает значения, приведенные в таб.2., и при этом не требуется специальная процедура для определения формы наведенных на катод токов и измерения корреляции.

Оценим влияние шумов на точность определения координаты трека по наведенным на катодные стрипы токов. Введем соответствующие формулы, см. приложение 1.

$$rs2(x, w, d0, d, W, r) := \frac{W(x, w, d, r)^T \cdot fM(r) \cdot W(x, w, d, r)}{\left(Vq'(x, w, d0)^T \cdot W(x, w, d, r) \right)^2}$$

По данной формуле находится разрешение оценки “**x0**” при параметре наклона трека “**d0**” для весовой функции “**W**” с тем или иным значением ее

параметра “d”, если он имеется. Его конкретное значение впредь будет обозначаться как “dw”.

Формула разрешения оценки координаты трека для оптимальной весовой функции “ $Wc(x, w, d, r)$ ”, приведенной выше, упрощается до следующего выражения:

$$rs2_Wc(x, w, d0, d, r) := \frac{1}{Vq'(x, w, d0)^T \cdot fMI(r) \cdot Vq'(x, w, d)}$$

Проведем расчеты разрешения, полагая, что число рассматриваемых стрипов равно пяти, а параметр наклона весовой функции “ $dw=1.01$ ”, что соответствует минимальности смещения оценки координаты трека в зависимости от его наклона. Данные расчетов показаны на рис.8 и рис.9. На этих рисунках значения разрешения нормированы на отношение сигнал/шум, обозначенного как “SNR”

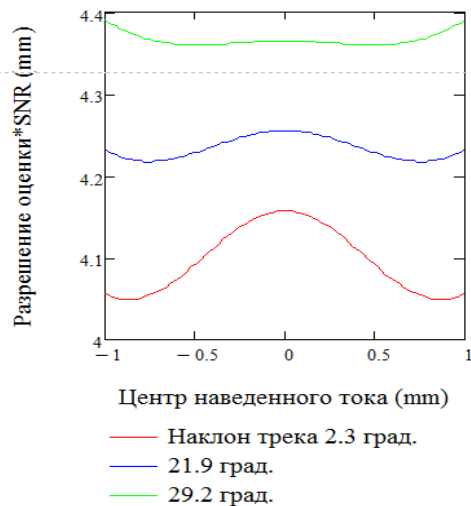


Рис.8. Разрешение координаты трека как функция его положения в пределах стрипа. Параметр корреляции шумов “ $rc=-.4$ ”

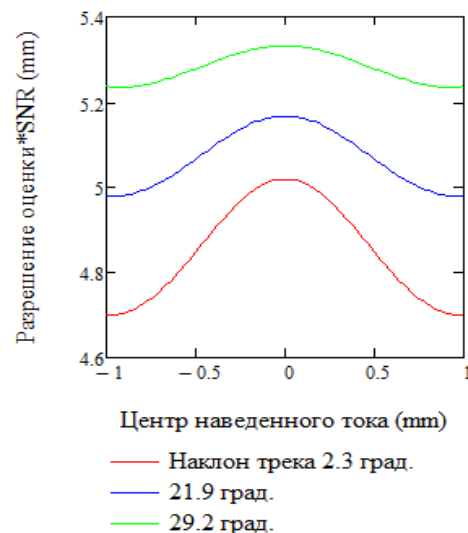


Рис.9. Аналогичный рисунок, но без учета корреляции шумов сигналов стрипов.

Следующие рисунки показывают, как меняется разрешение при изменении наклона трека с учетом корреляции и без, а также как влияет выбор параметра весовой функции “dw”

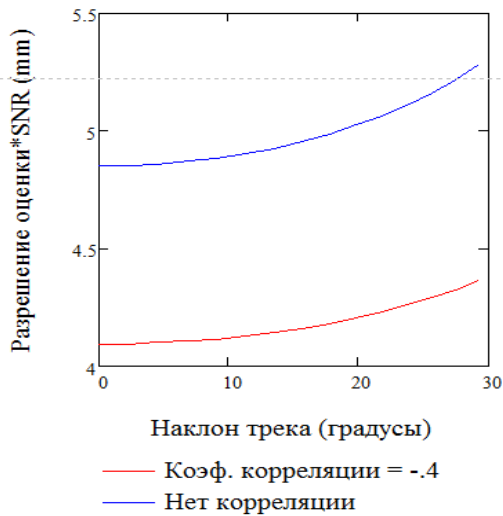


Рис.10. Наклон трека и разрешение. Параметр весовой функции “ $dw=1.01$ ”, что соответствует наклону трека в 21.9 градусов.

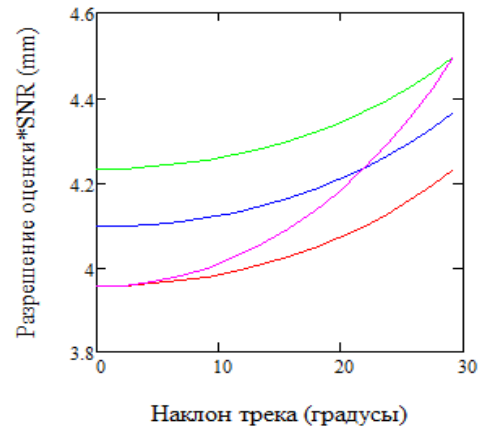


Рис.11. Выбор параметра весовой функции и разрешение в зависимости от наклона трека. Коэффициент корреляции = -0.4.

Итак выбор параметра “ d ” весовой функции исходит из следующих соображений. С одной стороны, минимальность смещения оценки “ x_0 ” при изменении наклона трека. При этом значение параметра “ d ” устанавливается в зависимости от числа анализируем стрипов. В частности для “ $nm=5$ ”, “ $dw=1.01$ ”, смещение не превышает “ $\pm 0.01mm$ ”, а разрешение находится в пределах “ $(4.1...4.4)mm/SNR$ ” С другой стороны, наилучшее разрешение достигается при “ $dw=0$ ” и лежит в диапазоне “ $(4...4.2)$ ” тех же единиц, но смещение увеличивается до “ $\pm 0.018mm$ ”. Если перейти к расчетам по 7 стрипам, то картина улучшается, однако не значительно.

Сравним полученные данные с расчетами разрешения координаты треков, получаемые с использованием линейных формул. Результаты для формулы, вычисляющей центр тяжести распределения, модифицированной формулы, предложенной нами, а также с использованием оптимальной весовой функции, даны на рис.12 и рис.13. Важно заметить, что среднее по ширине стрипа разрешение, определенное по модифицированной формуле, больше оптимального, но не слишком существенно. В частности, при не коррелированных шумах эти величины равны **5.7mm/SNR** и **5.1mm/SNR** соответственно. Обратим внимание, что расчеты были сделаны для трека с наклоном в **21.9** градусов и соответствующим значением параметра наклона весовой функции.

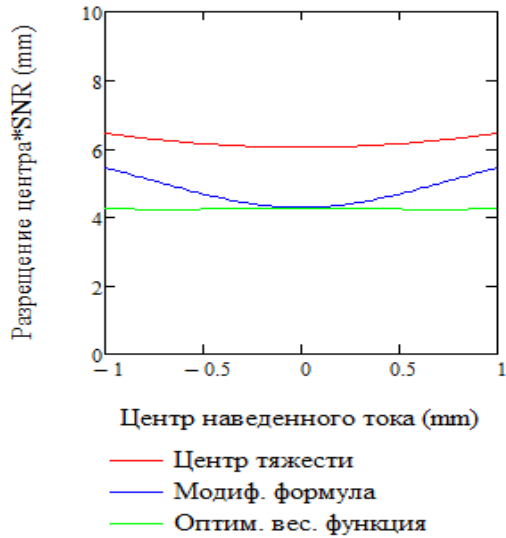


Рис.12 Разрешение, вычисленное по линейным формулам. Результаты оптимальной весовой функции приведены для сравнения. Корреляция шумов положена “ $r_c = -0.4$ ”

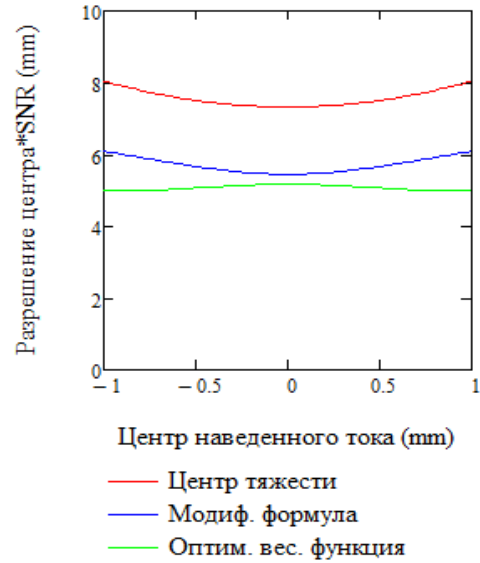


Рис.13. Подобный рисунок, но без корреляции шумов.

4. SNR

Отношение сигнал-шум, обозначаемого как “SNR”, определим при следующих предположениях о сигналах со стрипов камеры и шумовых параметрах предусилителей.

$cur(t) = I_0 \frac{t_0}{t+t_0}$ ток одноэлектронной лавины, где
 $I_0 = 0.027 \mu A$ начальный ток,
 $t_0 = 11.2 ns$ временной параметр тока.
 $t_{dm} = 140 ns$ наибольшее время дрейфа электронов до анодной проволоочки.
 Предполагается равномерное распределение времени дрейфа.
 $NE = 1000$ среднее число электронов на треке ионизации.
 $rN = 1000 Om$ последовательный источник шума предусилителя.
 $RN = 10 KOm$ параллельный источник шума.
 Считается, что спектральная плотность мощности шума источников эквивалентна спектральной плотности мощности шума сопротивлений.
 $C = 100 pF$ емкость на входе предусилителя, подключенного к стрипу.

4.1 2RC-реализация.

Рассмотрим самый простой вариант съёма сигналов со стрипов. Положим, что к каждому стрипу подключен усилитель-формирователь, включающий в себя две интегрирующие цепочки с определенными и одинаковыми временными константами, с приведенными выше шумовыми параметрами, а также нулевым входным сопротивлением. Чтобы не приводить известные формулы подсчета “SNR”, остановимся на “Spice” результатах.

Рис.14 дает функциональное представление усилителя-формирователя.

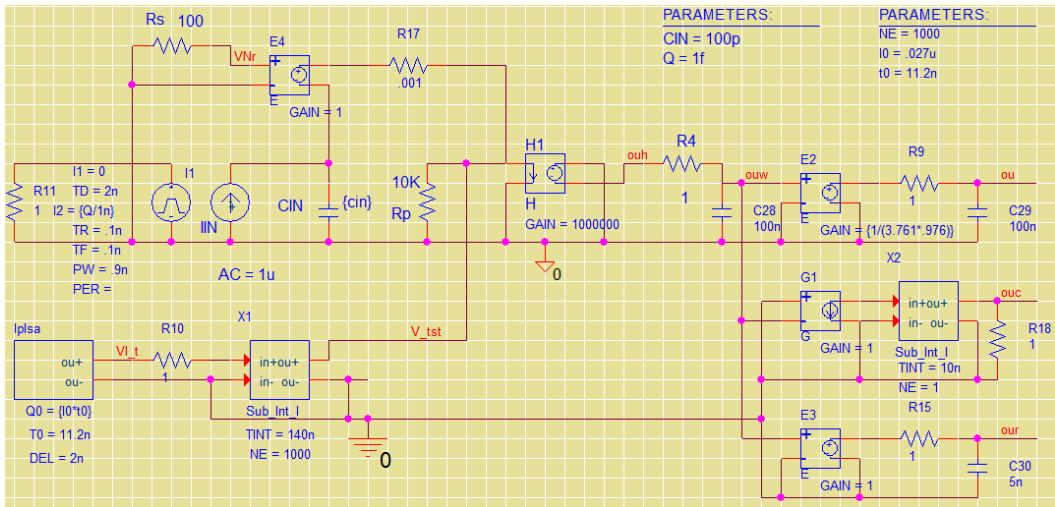


Рис.14. Функциональная схема усилителя-формирователя.

Преобразователь ток-напряжение “H1” и последующая интегрирующая цепочка заменяют собой предусилитель, а сопротивления “Rs” и “Rp” его источники последовательных и параллельных шумов. Два элемента “Iplsa” и “X1” являются генератором камерных сигналов. При этом “Iplsa” создает ток одноэлектронной лавины, а “X1” суммирует эти токи для 1000 случаев, предполагая их равномерное распределение в диапазоне 140ns. Рис.15. показывает

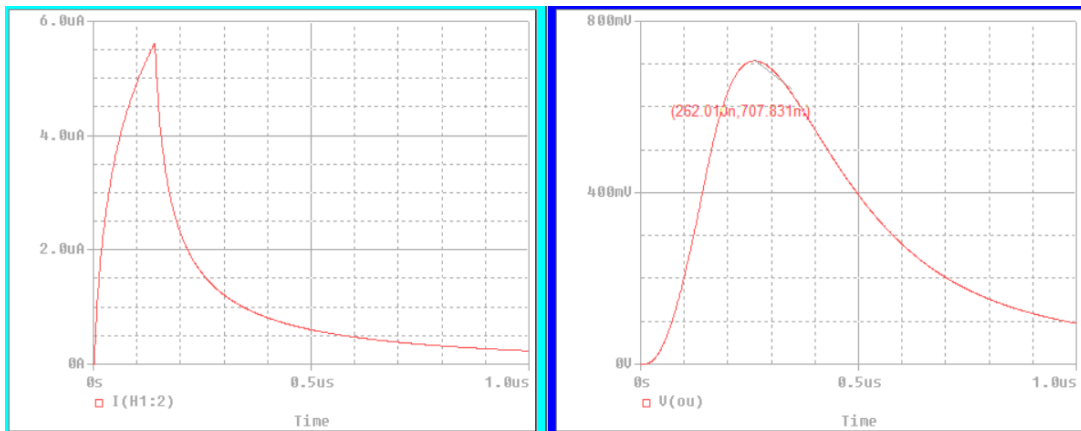


Рис.15. Усредненный импульс камеры и его отклик на выходе усилителя-формирователя.

вид усредненного тока камеры и его реакцию на выходе усилителя.

Следующий рис.16. дает вид отклика усилителя на “1fC” дельта-импульс, а также уровень шума на его выходе, составляющий .555fC или 3470 electrons.

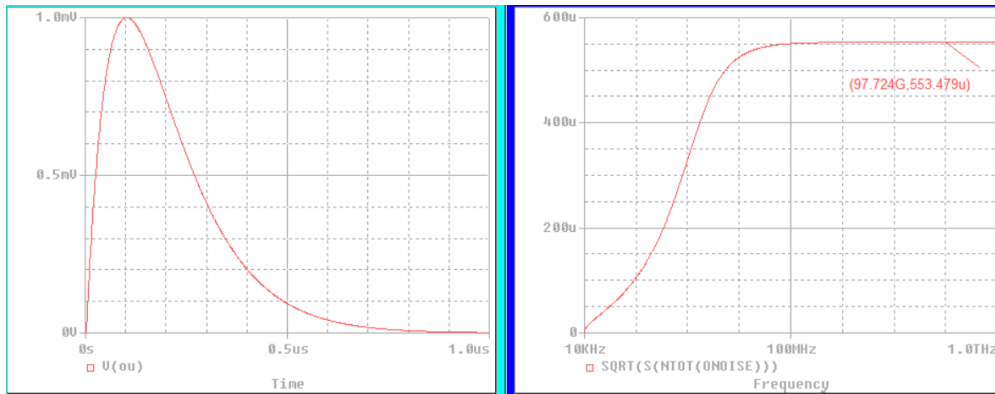


Рис.16. “1fC”-реакция усилителя-формирователя и значения шума на его выходе

Теперь, располагая данными рис.15 и рис.16, определяем “SNR” для временного параметра формирования в “100ns”.

$$\frac{707.8}{553.5 \cdot 10^{-3}} = 1278.8$$

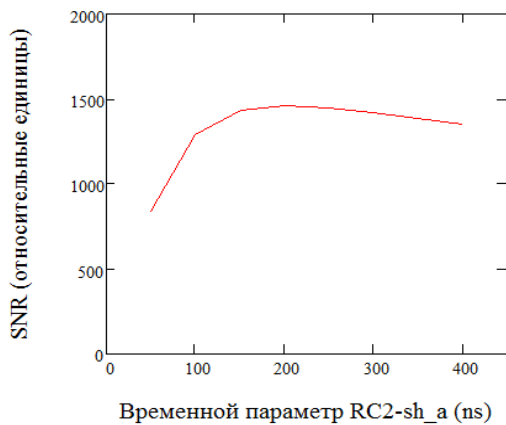


Рис.17. Зависимость “SNR” от временной постоянной формирования.

Как итог этого рассмотрения просканируем временную константу формирования и найдем соответствующий “SNR”. Результат представлен рис.17. Отметим наличие максимума в районе **200ns** равному “SNR=1460”.

4.2 Clip-реализация.

Данная реализация предназначена для цифровой обработки сигналов. Функциональна эта реализация отражена на рис.14, выходы “ouc” и “our”. Полагается, что дальше сигналы на этих выходах оцифровываются и их выборки запоминаются для последующих вычислений “online” или “offline”. Существенно при этом то, что временная постоянная первой интегрирующей цепочки (**R4, C28**) установлена равной временному параметру шума, $\sqrt{rN \cdot RN} \cdot C = 100ns$, а шум прежде чем оказаться на выходах проходит через усредняющие схемы. Для выхода “ouc” шум просто усредняется на интервале стробирования, блок “X1” с параметром “Tint=10ns”, а на выходе “our” усреднителем служит просто интегрирующая RC-цепь с “ $\tau=5ns$ ”.

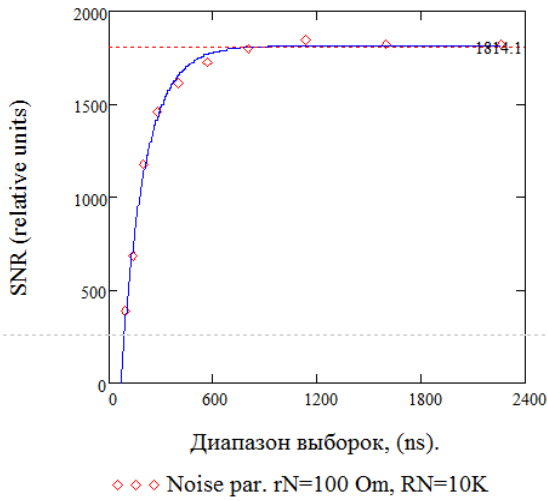


Рис.18. Зависимость “SNR” от диапазона выборок

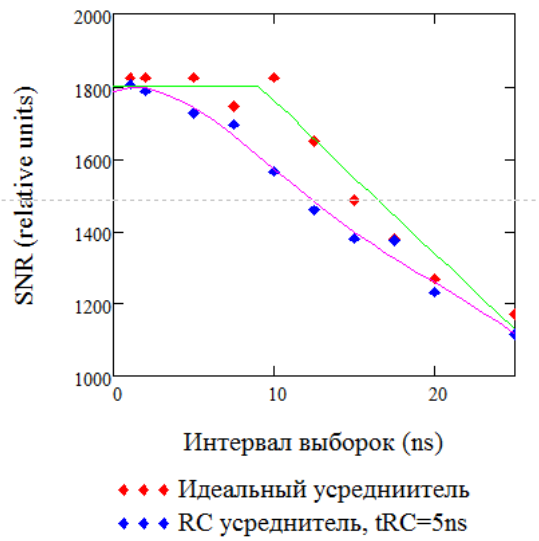


Рис.19. Зависимость “SNR” от интервала выборок

Тема выбора усредняющей схемы, а также временного интервала выборок и их диапазона остается открытой и нуждается в дополнительных исследованиях. Пока ограничимся тем, что приведем два рисунка, на одном из которых, рис.18., приведена зависимость “SNR” от величины диапазона выборок при их интервале в $\Delta T = .1ns$, и рис.19. где показано как “SNR” изменяется при увеличении временного шага стробирования. Обратим внимание на то, что для идеального усреднителя “SNR” можно считать постоянным до **10ns** и его среднее значение почти совпадает с предельным (см. приложение 2).

Чтобы пояснить как были получены данные предыдущих рисунков, проведем конкретный расчет “SNR” выхода “ouc” при $\Delta T = 10ns$. Примем число событий

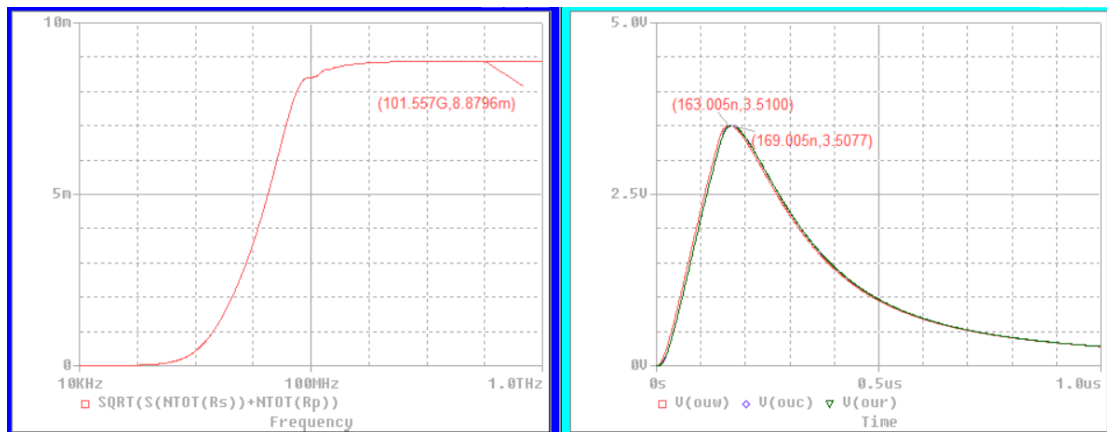


Рис.20. Уровень шума на выходе “ouc” и вид импульсов выходов “ouw”, “ouc”, “our” и значений их максимумов схемы рис.14.

равным “**evm=10000**”, а число выборок в каждом событии “**sm=100**”. Определим индексы:

- ev=0...evm-1индекс событий,
- s=0...sm-1индекс выборок.

Обратимся к “Spice” данным, рис.20 , где показан вид выходных импульсов. Определим функцию “**fouc(t)**”, представляющую импульс “**V(ouc)**”, и расчетную функцию “**fouc(t)**” того же выхода. Теперь зафиксируем выборочные данные:

T_s=**s·ΔT** вектор временных отметок выборочных значений,
OUs_s=**fouc(T_s)** вектор выборочных значений импульса “**V(ouc)**”,
OUCN^{<ev>}=**rnorm(sm,0,σ)**..... матрица случайных чисел нормального распределения с нулевым средним и **σ=8.9mV** (см. рис.20),
OUCPN^{<ev>}=**OUCN^{<ev>}·10⁻³+OUs**каждый столбец этой матрицы есть сумма сигнальных и шумовых выборок события,
OUs_s=**fouc(T_s)** вектор выборочных значений расчетного сигнала.

Окончательный результат в предположении, что момент появления сигнала известен, находится путем взвешивания исходных и расчетных выборок с последующим суммированием.

$$RSL_{c_{ev}} := \sum_s (OUCPN_{s, ev} \cdot OUs_s \cdot \Delta T) \quad SNR_c := \frac{\text{mean}(RSL_c)}{\text{stdev}(RSL_c)} = 1788.3$$

Здесь

mean(V)..... функция среднего значения величин вектора “**V**”,
stdev(V)..... их среднеквадратичных отклонений.

5. Заключение

Проделанный анализ установил теоретический предел влияния шумов электроники на разрешение и смещение оценки координаты трека, определяемого проектируемой пропорциональной камерой с катодным съемом сигналов и с газовым усилением в **20000**. Полученные величины разрешения (**2...4**)**μm** и смещения в **+/-10μm** практически не реализуемы, но дают основание для уменьшения газового усиления, что желательно при выбранном исполнении камеры.

6. Приложение 1

Формулы для оценки параметров сигнала, находящегося в нормальном шуме, приведены во многих учебниках по статистической радиофизике. Но чтобы не ссылаться или приводить эти формулы, изложим наше понимание их смысла.

Понятно, что если из выборок, представляемыми вектором “**u**”, суммы сигнала **q(t,v)**, здесь “**v**” вектор его параметров, и нормального шума **n(t)**, вычесть выборки сигнала, то полученный результат есть значения многомерного нормального распределения. Соответственно выражению

$$(\mathbf{u} - \mathbf{q})^T * \mathbf{M}^{-1} * (\mathbf{u} - \mathbf{q}),$$

являющемся логарифмом нормального распределения, где:

u вектор измеренных выборок сигнал плюс шум,

\mathbf{q} вектор выборок сигнала, как функция параметров, требующих оценки,
 \mathbf{M} корреляционная матрица шумов,
 присваивается имя функция правдоподобия. Определение оценки параметров сигнала сводится к поиску ее максимума. Теория устанавливает, что получаемая оценка является эффективной т.е. обладает минимальной дисперсией среди других оценок.

Итак, чтобы найти оценку параметров сигнала, надо продифференцировать функцию правдоподобия по этим параметрам, приравнять получаемые выражения к нулю и определить значения оценок из этих уравнений.

Продифференцируем приведенное выше выражение по одному из параметров сигнала, приравняем результат к нулю и в силу симметрии корреляционной матрицы получим следующее уравнение:

$$(\mathbf{u} - \mathbf{q})^T * \mathbf{W} = 0 ,$$

где
$$\mathbf{W} = \mathbf{M}^{-1} * \mathbf{q}' .$$

Это есть основное уравнение критерия максимального правдоподобия оценки параметров сигнала в нормальном шуме.

Найдем дисперсию оценки параметра сигнала, определяемую из приведенного выше уравнения. Считаем при этом, что отличие оценки от истинного значения параметра достаточно мало, чтобы положить $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q} + \Delta * \mathbf{q}'$. Здесь \mathbf{q}_0 есть выборка сигнала с искомыми параметрами, т.е. $\mathbf{u} = \mathbf{n} + \mathbf{q}_0$. При таком предположении не трудно подсчитать, что

$$\Delta^2 = \frac{(\mathbf{n}^T * \mathbf{W}) * (\mathbf{n}^T * \mathbf{W})}{(\mathbf{q}'^T * \mathbf{W})^2}$$

и в итоге, учитывая $\mathbf{n}^T * \mathbf{W} = \mathbf{W}^T * \mathbf{n}$ и $\text{mean}(\mathbf{n} * \mathbf{n}^T) = \mathbf{M}$, в предположении равенства единице мощности шума, получить

$$\text{mean}(\Delta^2) = \frac{\mathbf{W}^T * \mathbf{M} * \mathbf{W}}{(\mathbf{q}'^T * \mathbf{W})^2} .$$

Эту формулу дисперсии оценки параметра сигнала принимаем для всех весовых функций \mathbf{W} , удовлетворяющих условию малости $\mathbf{q} - \mathbf{q}_0$.

Для оптимальной весовой функции, т.е. функции критерия максимума правдоподобия оценки, выражение для ее дисперсии упрощается до

$$\text{mean}(\Delta^2) = \frac{1}{\mathbf{q}'^T * \mathbf{M} * \mathbf{q}'}$$

7 Приложение 2

Приведем соображения для определения наибольшего значения ‘SNR’, основываясь на основном уравнении критерия максимального правдоподобия. Представим сигнал выхода в виде:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{n}(t) + \mathbf{Q}_0 * \mathbf{s}(t),$$

т.е. как сумму шума и сигнала известной формы, амплитуде которого “**Q0**” необходимо дать оценку, найти ее среднеквадратичное отклонение и определить “**SNR**”.

Перейдем к выборкам выходного сигнала, взятых в моменты времени, представляемые вектором “**T_i**”. Тогда вектор весовой функции для оценки амплитуды в соответствии с формулами приложения 1 равен:

$$\mathbf{W} := \mathbf{M}^{-1} \cdot \vec{s}(\mathbf{T})$$

а вся процедура нахождения отношения сигнал/шум сводится к взвешиванию данных выборок выхода значениями вектора весовой функции с последующим суммированием, накопления требуемой статистики и делению среднего оценок на их среднеквадратичное отклонение.

8 Приложение 3

Не испытывая доверия к формулам, сделаем Spice симуляцию, схема

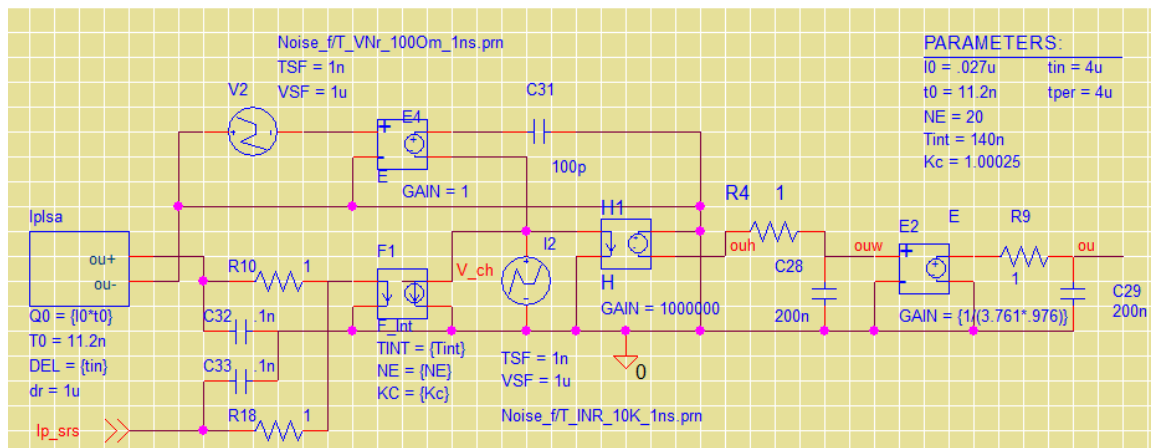


Рис.21. Схема Spice-симуляции.

которой представлена рис. 21. Как и на рис.14 входной сигнал создается блоками “**Iplsa**” и “**F1**”. Но его величина положена соответствующей 20 первичных электронов ионизации, т.е. в 50 раз меньше номинальной, а вместо резисторов как источников шума в данной схеме используются генератор напряжения “**V2**” и источник тока “**I2**”. Это есть стандартные элементы библиотеки Spice, которые создают сигнал с кусочно-линейной аппроксимацией значений напряжения или тока на задаваемом временном интервале. В нашем случае данные величины берутся из нормальных распределений, дисперсия которых соответствует спектральной плотности мощности шума сопротивлений в **100Om** и **10K** после усреднения на **1ns-ом** интервале.

Импульсы камеры, см. рис.15, в количестве **400** и периодом в **4μs** суммируются с шумовым сигналом и проходят две интегрирующие цепочки с “**τ=200ns**”. Вид усредненного сигнала, а также одного из них, показан на рис.22.

Рис.23 представляет значение “RMS”, (среднеквадратичное отклонение), шума на выходе.

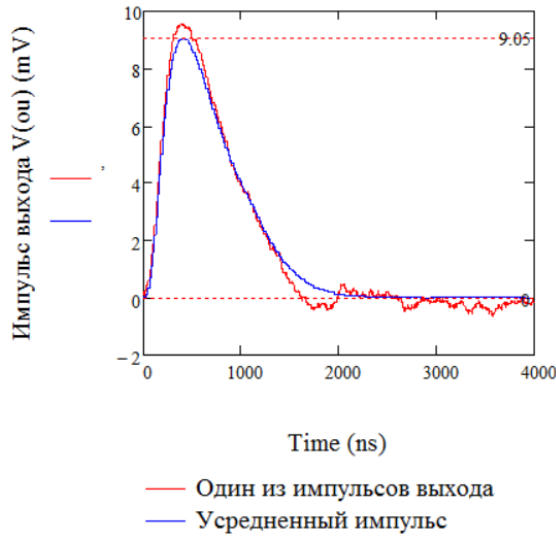


Рис. 22. Импульсы выхода схемы рис.21.

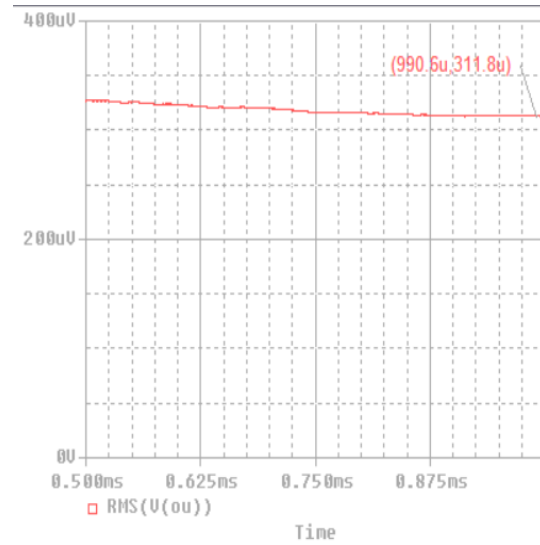


Рис.23. RMS шумов выхода той же схемы.

Теперь, имея данные упомянутых рисунков, можно найти отношение сигнал/шум, определяемого по наибольшему значению выхода “ $2RC=200ns$ ” формирования. Вычисленное значение “SNR” лишь на 1% меньше формульного, см. рис.17.

$$SNR := \frac{9.05}{311.8 \cdot 10^{-3}} \cdot 50 = 1451$$

Отношение сигнал/шум можно улучшить, если известен вид выходных сигналов, в частности представляемого выборками, взятых с тем или иным временным шагом. Не зацкливаясь на общем подходе, что может стать темой отдельного сообщения, приведем результаты метода, применённого к данной конкретной схеме. Так как параметры формирования, корреляционная функция шума и время появления сигнала камеры известны, то шум на выходе можно рассматривать как белый шум, прошедший через цепь с импульсной характеристикой со следующим операторным выражением

$$\frac{1 + p * \tau_n}{(1 + p * \tau_s)^2},$$

где

τ_n постоянная времени шума,
 τ_s временная константа формирования.

Прделаем обратное преобразование над выходными сигналами. Рис.24 и рис.25 иллюстрируют итог данной операции для шумового вклада сигналов выхода (точнее сигналы выхода минус их среднее по выборкам). Обратим внимание, что $2-x ns$ корреляция шумов, рис.25, соответствующая усреднению в $1ns$ входного шума, считается незначительной в сравнении с временным

масштабом сигналов камеры.

Теперь, следуя теории, приложения 1 и 2, взвешиваем полученные данные с выборками сигнала камеры, свернутого с шумовой экспонентой, и получаем наибольшее значение “SNR”. Результат при разных интервалах дискретизации выходного сигнала зафиксирован в таб.3. Приведенные значения имеют теоретический смысл, так как на практике мало кто задумывается о знании корреляционной функции шумов, параметров формирования и вида сигналов проп. камеры.

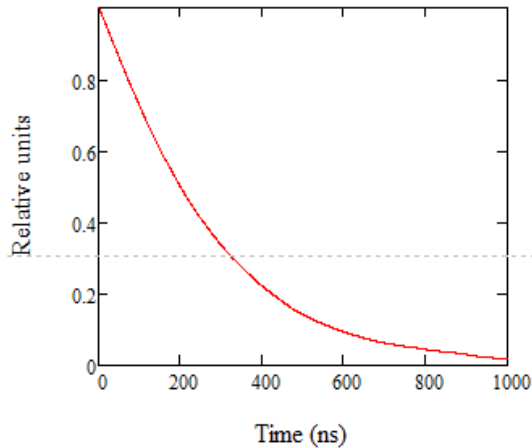


Рис.24 Корреляционная функция шумов на выходе схемы рис.21.

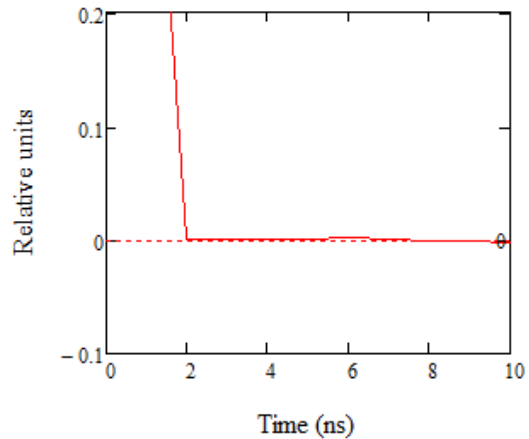


Рис.25 Корреляционная функция шумов после обратного преобразования.

"step (ns)"	10	20	30	40	80
"SNR"	1805.4	1803.9	1806.1	1798.3	1751
"nmb of steps"	400	200	133	100	50

Таб.3. “SNR” в зависимости от шага выборок.

Данные таб.3 можно получить, используя формулы приложений 1 и 2. Но для этого нужно построить корреляционную матрицу шумов, что не трудно сделать, располагая видом корреляционной функции, рис.24. На самом деле упомянутый рисунок представляет лишь правую половину функции, но в силу ее симметрии этого достаточно.

¹ E Gattt, A Longom, H Okuno and P Semenza, NuclInstr and Meth 163 (1979) 83П