

# ОТЧЕТ НА ПРЕДМЕТ УЛУЧШЕНИЯ АМПЛИТУДНОГО РАЗРЕШЕНИЯ ПРИ ЦИФРОВОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ВЫБОРОК АНАЛИЗИРУЕМОГО ИМПУЛЬСА.

16 апреля 2018г, вер. 03

*espiride@pnpi.spb.ru*<sup>†</sup>

## Аннотация

Изложена процедура повышения амплитудного разрешения при цифровом представлении асинхронными выборками сигналов с неизвестным моментом их появления.

## 1. Введение

В традиционном тракте регистрации исходного заряда того или иного детектора используется квазиоптимальный фильтр с точки зрения максимума амплитудного разрешения. Практически этого достаточно для фиксированной реализации эксперимента. Цифровое представление выборок выходного сигнала фильтра, если требуется знать его максимальное значение, просто затратно и точно не является разумным решением. Но этот подход дает возможности для последующих вычислений. Это тривиальное заключение, но которое требует конкретики.

В частности, для реализации [системы съема информации с детекторов](#) <sup>[1]</sup> будет показано, каким образом можно значительно улучшить амплитудное разрешение. Процедура расчётов не сложна. По выборкам выходного тестового сигнала с неизвестной формой, к которому добавлялся шум с неизвестной корреляцией, определялся его вид, корреляционная функция и строилась оптимальная весовая функция.

---

<sup>†</sup> Spiridenkov E, PNPI, Gatchina, Leningrad dst., 188350, Russia.

## 2. Исходные данные.

Прямоугольный импульс с амплитудой 140mV через емкость величиной 10pF после делителя 51/510 Ом поступал на вход одного из каналов упомянутой выше системы. После усилителя/формирователя и дифференциального усиления в 1.5 раза сформированный импульс сорбировался с временным шагом “ $\Delta T=(10^3/65) \text{ ns}$ ” 4к flashADC. Полученные цифровые данные выборок сводились в следующий массив.

$EV_{v,n}$  .....матрица событий, где  
 $vm=120, v=0...vm-1$  .....число выборок и их индекс,  
 $T_{v,v}=v*\Delta T, \max(Tv)=1830.8\text{ns}$  ..... вектор времен выборок и его max значение,  
 $nm=999, n=0...nm-1$  .....число событий и их индекс.

Шаг выборок сравним с длительностью импульсов массива “EV” и, кроме того, времена выборок асинхронны с моментом их появления. Поэтому воспользуемся [сплайн-интерполяцией](#) [2] и заменим исходный массив событий новым с шагом выборок “1ns”.

$$EV\_sp^{(n)} := \overrightarrow{fsp\_ev(Ts,n)}$$

В этой формуле

$$fsp\_ev(x,n) := \text{interp}(CS^{(n)}, Tv, EV^{(n)} - \text{mean}(EV^{(n)}), x) \cdot \Phi(x) \cdot \Phi(\max(Tv) - x)$$

$$CS^{(n)} := \text{cspline}(Tv, EV^{(n)} - \text{mean}(EV^{(n)}))$$

$Ts_s=s, s=0,1... \text{floor}(\max(Tv))$ ..... вектор новых выборок с шагом “1ns”,  
 $\Phi(x)$  ..... “step” функция.

Остальные обозначения, как и последующие, см. в приложении 2.

Представим вид исходных импульсов с учетом сплайн замены

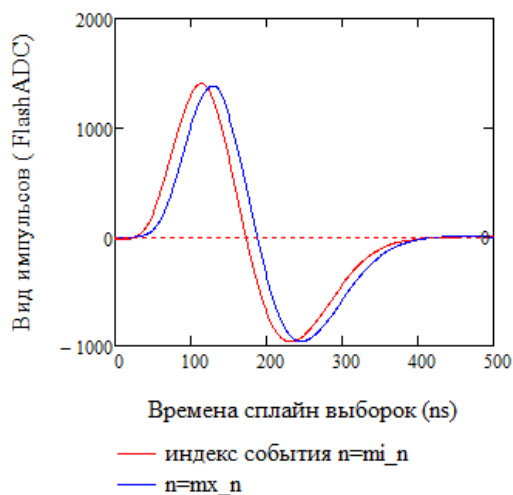


Рис.1. Вид импульсов после Flash дискретизации и вычета их среднего значения.

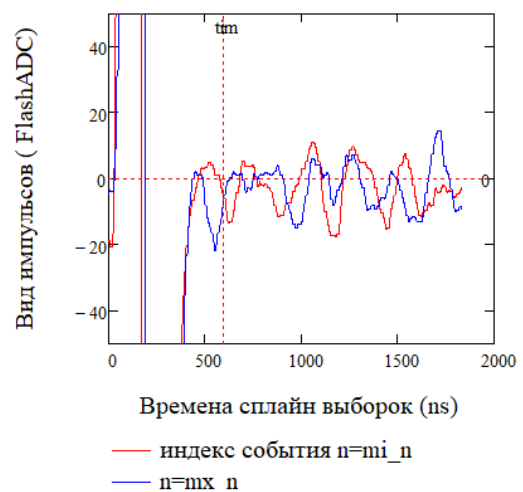


Рис.2. Тот же вид, но в другом масштабе.

На этих графиках индекс

$mi\_n$  ..... соответствует первому импульсу, а  
 $mx\_n$  ..... последнему на временной шкале исходных выборок.

В данный момент временная шкала выборок — это единственно, чем можно располагать. Асинхронность времен выборок относительно истинного временного появления импульсов, а также привязка нуля шкалы выборок к значению импульсов на некотором пороге приводит к размытию их расположения, как это представлено на рис.1.

### 3. Усреднение импульсов.

Чтобы улучшить амплитудное разрешение импульсов, как будет показано ниже, необходима знать форму импульса и положение его начала. Для этого определим время мах всех импульсов и привяжем их к одному и тому же отсчету. "1ns" временной шкалы.

Положения максимумов

$$Tmx\_f_n := \text{root}\left(\frac{d}{dx} f_{sp\_ev}(x, n), x, 50, 150\right)$$

$mmM(Tmx\_f)^T = (114.4 \ 122.1 \ 130.4)$  ..... времена (ns) мин., среднего и мах,  
 $\max(Tmx\_f) - \min(Tmx\_f) = 15.97$  .....разность времен min/max (ns),  
 $\Delta T = 15.38$  ..... шаг выборок исходных данных (ns).

Заметим, что из-за шумов разность превышает шаг выборок.

Теперь сводим положения импульсов так, чтобы их мах. приходились на временной отсчет в "114ns". Определяем вектор смещений

$$Tdc := Tmx\_f - \min(Tmx\_f),$$

и находим матрицу данных, "nm" столбцов которой являются векторами из 600 элементов значений выборок импульсов с шагом "1ns" и оговоренного выше положений их мах.

$$(EV_{sp\_plc})^{(n)} := fSPL\left(Tv, EV^{(n)} - \text{mean}(EV), Tpl + Tdc_n + tad\right)$$

Здесь

$Tpl_i = Ts_i \quad i=0 \dots im-1 \quad im=600$  ..... вектор моментов выборок с шагом "1ns",  
 $tad$  ..... параметр сканирования положения импульсов. Необходим в силу неизвестности моментов их появления.

Следующий шаг состоит в усреднении выборок по всем "nm" событиям

$$Imp\_r_i := \text{mean}\left[\left(EV_{sp\_plc}^T\right)^{(i)}\right]$$

Оценим полученный результат, определив дисперсию разности между совмещенными импульсами и усредненным в зависимости от времени. Ее вид представлен рис.3 и отклонения от "σп" шума (будет определено ниже) на

данный момент может объяснено наводками реализации. Как подтверждение рис.4 показывает гистограмму амплитудного разрешения, весьма отличающуюся от нормального распределения.

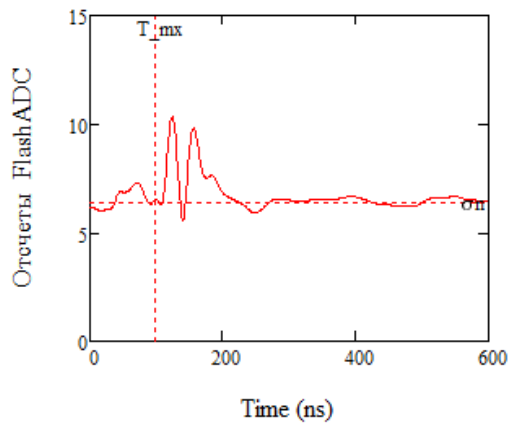


Рис.3. Зависимость дисперсии разности совмещенных импульсов и усредненного.

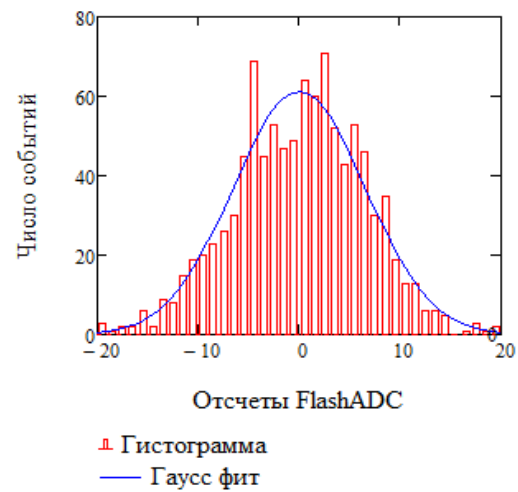


Рис.4. Гистограмма мах. совмещенных импульсов с вычетом их среднего.

#### 4. Корреляционная функция.

Обратимся к массиву “EV\_sp” и представляющего его рис.2. Выделим в отдельную матрицу выборки с временем больше чем “tim=600ns”. Считаем это выборками шума, добавляемого к сигналам. На рис.5 изображено гистограмма значений шумовых выборок для всех событий, почти идеально совпадающая с нормальным распределением со среднеквадратичным отклонением “ $\sigma=6.5$ ”, см. рис.3.

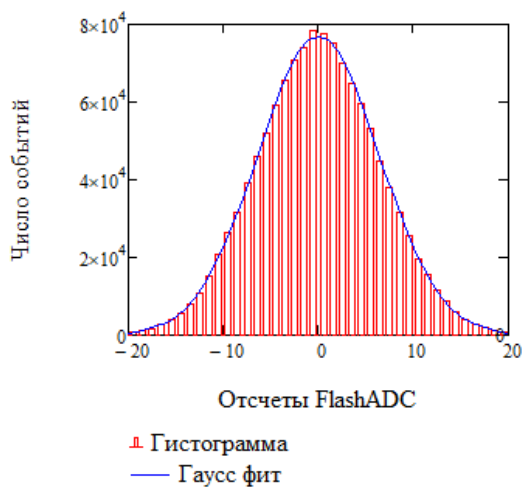


Рис.5. Гистограмма шумовых выборок.

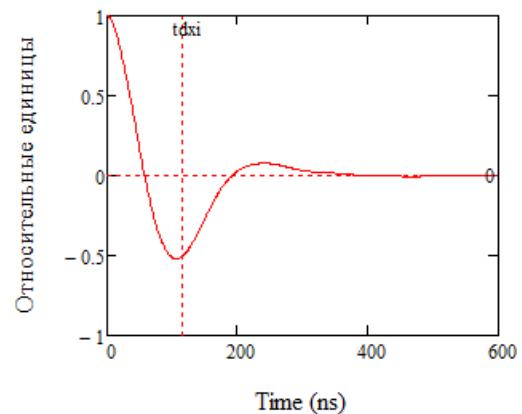


Рис.6. Корреляционная функция, точнее ее правая половина в силу ее симметрии.

Не заикливаясь на формулах вычисления корреляционной функции приведем окончательный результат, изображенный на рис.6. Обратим внимание, что для маркера “tdxi”, равному расстоянию между макс. и мин. значениям импульса, см. рис.1, величина корреляционной функции равна “-.5”.

## 5. Разрешение.

Найдем амплитудное разрешение макс. импульсов, рис.1,

$$mxEV_{sp_n} := \max(EV_{sp}^{(n)}) \quad SNR_{mx} := \frac{\text{mean}(mxEV_{sp})}{\text{stdev}(mxEV_{sp})} = 214.2$$

и разрешение разности макс. мин. значений

$$miEV_{sp_n} := \min(EV_{sp}^{(n)}) \quad dxiEV_{sp} := mxEV_{sp} - miEV_{sp} \quad SNR_{dxi} := \frac{\text{mean}(dxiEV_{sp})}{\text{stdev}(dxiEV_{sp})} = 209.4$$

Подтвердим полученное значение разрешения разности макс/мин, зная, что коэффициент корреляции шумов в макс. и мин. равен -.5

$$\text{stdev}(mxEV_{sp}) \cdot \sqrt{3} = 11.2 \quad \text{stdev}(dxiEV_{sp}) = 11.2$$

Итак, из-за отрицательной корреляции разрешение разности хуже разрешения макс.

Приступаем к решению задачи улучшения разрешения. Имеется сигнал заданной формы, находящийся в нормальных шумах с известной корреляционной функцией. Требуется определить его амплитуду с наилучшим разрешением. Задача тривиальна и ее решение изложено во многих учебниках. Сошлемся на наше [упрощенное понимание](#) <sup>[3]</sup>, приложения [1],[2].

Сначала строим корреляционную матрицу исходя из значений функции рис.6, взятых с “1ns” интервалом

$$CM := fCM(FC\_m\_i) ,$$

и в соответствии с теорией оптимальной фильтрации, определяем весовую функцию

$$WF := CM^{-1} \cdot Imp\_r$$

Обратим внимание, что значения элементов этого вектора зависят от параметра “tad” в той же степени, как и временное расположение усредненного импульса “Imp\_r”.

Взвешиваем значения выборок исходных импульсов с последующим суммированием и представляем полученные результаты в виде следующего вектора

$$RSL_n := EVsp\_plc^{(n)T} \cdot WF$$

Находим среднее полученных сумм, их дисперсию, берем их отношение и фиксируем разрешение. Все это проделываем при сканировании "tad". Результаты в следующей таблице

Таб.1

tad(ns)	11	13	15	17	19
SNR	306.6	308.6	310.	309.5	307.8

В итоге для "tad=15ns"

$$\text{SNR} := \frac{\text{mean}(RSL)}{\text{stdev}(RSL)} = 310 \quad \text{SNR}_{mx} = 214.2 \quad \frac{\text{SNR}}{\text{SNR}_{mx}} = 1.45$$

и таким образом проделанная процедура обработки выборок сигналов привела к улучшению амплитудного разрешения в "1.45" раза.

## 6. Заключение

Приведенные результаты получены на тестовых сигналах. Но нет сомнений, что данный подход с тем же итогом применим к экспериментальным данным.

## 7. Приложение 1

По результатам измерений П.В.Н. определим чувствительность, дисперсию шумов и сравним их с данными спецификации.

$$V_{in} := 140 \text{ mV}$$

$$C_k := 10 \text{ pF}$$

$$K_a := \frac{51}{510 + 51} = 0.091 \quad \text{делитель входа} = .091$$

$$\text{input} \quad Q_{in} := V_{in} \cdot K_a \cdot C_k = 127.3 \text{ fC} \quad 127.3\text{fC}$$

$$\text{output} \quad \text{mean}(mxEVsp) = 1384.61 \quad 1384.61\text{ch}$$

Итак чувствительность на единицу отсчета

$$S_{ch} := \frac{Q_{in}}{\text{mean}(mxEVsp)} = 0.092 \quad .092 \text{ fC/ch}$$

По данным П.В. на 2V приходится 4096 отсчетов, усиление дифф. каскада равно 1.5

$$S_{mV} := \frac{2}{S_{ch} \cdot 4.096} \cdot \frac{1}{1.5} = 3.541 \quad 3.54 \text{ mV/fC}$$

Шумы в fC stdev(EVspz\_ns) = 6.4

$$\text{stdev}(EVspz\_ns) \cdot S_{ch} = 0.587 \quad .59 \text{ fC на емкости } 120 \text{ pF.}$$

Спецификация: чувствительность 3.8 mV/fC, шумы 1140+17.6 e/pF или .182+.00282 fC/pF

Результат  $.182 + .00282 \cdot 120 = 0.52$  .52 fC сравнимо с полученным .59 fC, чувствительность почти совпадает.

## 8 Приложение 2

Все расчеты, результаты которых приведены в основном тексте, сделаны с помощью программы “MathCad”. Поясним смысл используемых формул.

$\min(A)$ ,  $\text{mean}(A)$ ,  $\max(A)$  ..... смысл очевиден, “A”- вектор или матрица.

$$\text{mmM}(X) := \begin{cases} \text{ou}_0 \leftarrow \min(X) \\ \text{ou}_1 \leftarrow \text{mean}(X) \\ \text{ou}_2 \leftarrow \max(X) \\ \text{ou} \end{cases}$$

.. более компактное представление тех же функций.

$\text{stdev}(A)$  ..... среднеквадратичное отклонение.

$\text{floor}(a)$  ..... целая часть значения “a”.

Использование функций сплайн-интерполяции поясним ссылками из “MathCad”.

$\text{cspline}(vx, vy)$ ...Returns a vector of cubic spline coefficients with cubic endpoints which fits the independent data in vector or matrix vx and dependent data in vy. This vector becomes the first argument of the interp function

$\text{interp}(vs, vx, vy, x)$ ...Returns an interpolated value at x from the coefficients in vector vs, and the original data in vx and vy. Coefficient vector vs is the output of one of the following: cspline, lspline, pspline, bspline, loess, or regress.

В тексте использовалась еще одна сплайн-функция, а именно “fSPL(vx,vy,X)”. Она проделывает именно то, что и стандартные функции, но для значений вектора “X”.

Название стандартной функции “root” не требует пояснений. Корреляционная матрица, функция “fCM”, сконструирована нами и строится по выборкам из кривой рис.6, дополненной симметричной левой половиной. При этом наибольшее значение располагается на главной диагонали.

<sup>1</sup> <http://hepd.pnpi.spb.ru/hepd/red/products/ASF48.html>

<sup>2</sup> <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD>

<sup>3</sup> [http://hepd.pnpi.spb.ru/hepd/red/products/Icar16\\_V2e\\_report.pdf](http://hepd.pnpi.spb.ru/hepd/red/products/Icar16_V2e_report.pdf)