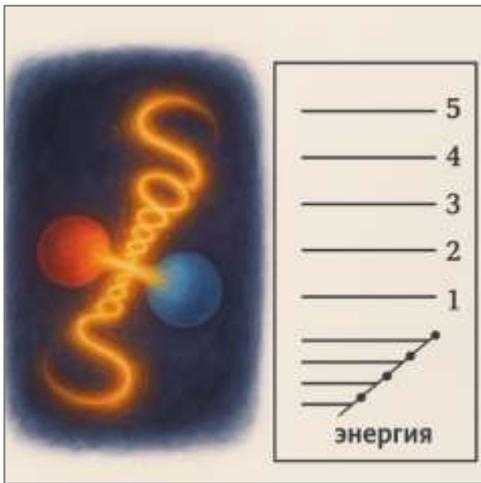


24 апреля 2025



Неожиданное проявление конфаймента: водородоподобная симметрия в спектрах лёгких мезонов

Сергей Афонин

Санкт-Петербургский государственный
университет

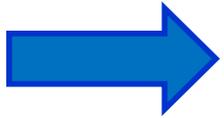


НИЦ Курчатовский институт:
Петербургский институт ядерной физики



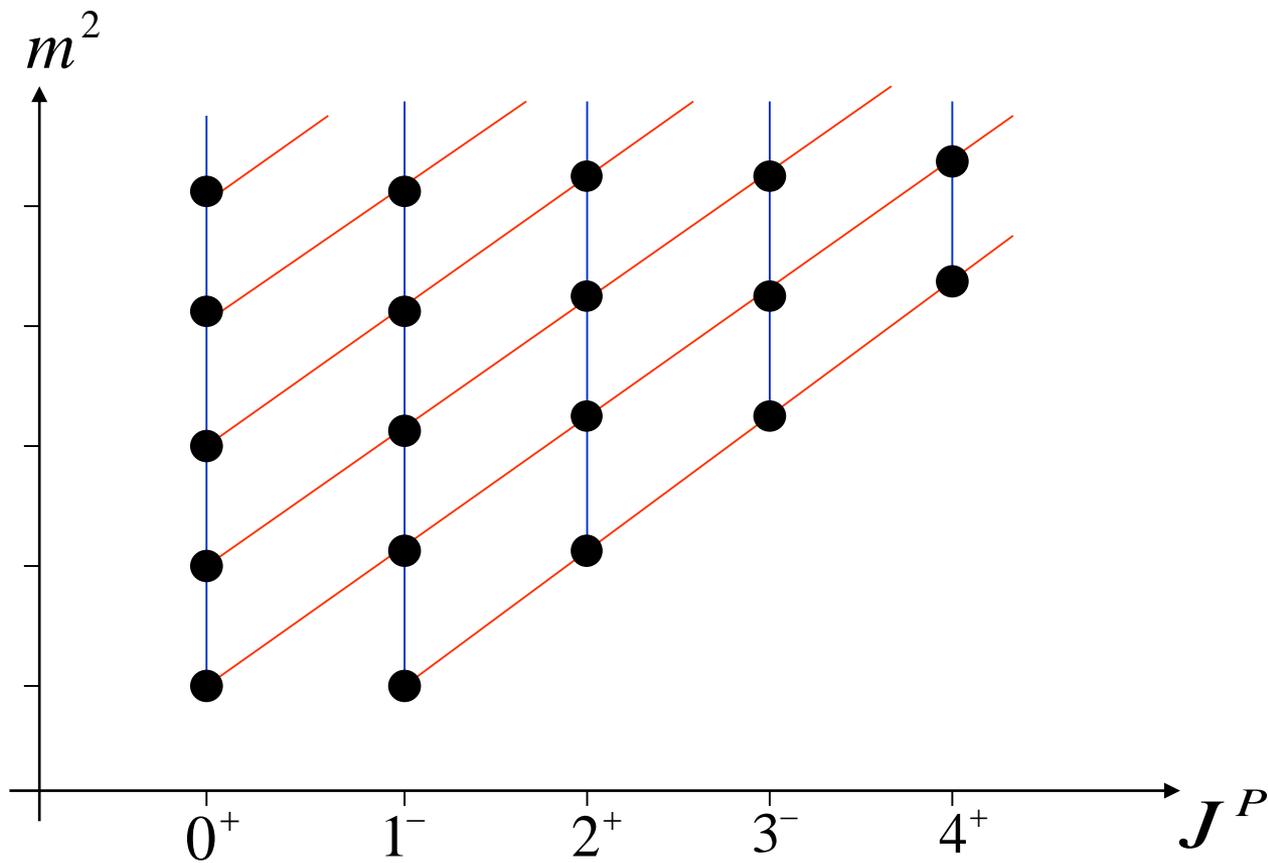
Важнейшее проявление конфаймента кварков и глюонов:

существование богатого спектра адронов



Изучение свойств спектра = изучение сил конфаймента

Линейные траектории: реджевские и радиальные



$m^2(J) = m_0^2 + \alpha' J$ — Траектории Редже (линейные)

$m^2(n) = \mu_0^2 + \alpha n$ — Радиальные траектории Редже

Лёгкие нестранные мезоны в Particle Data

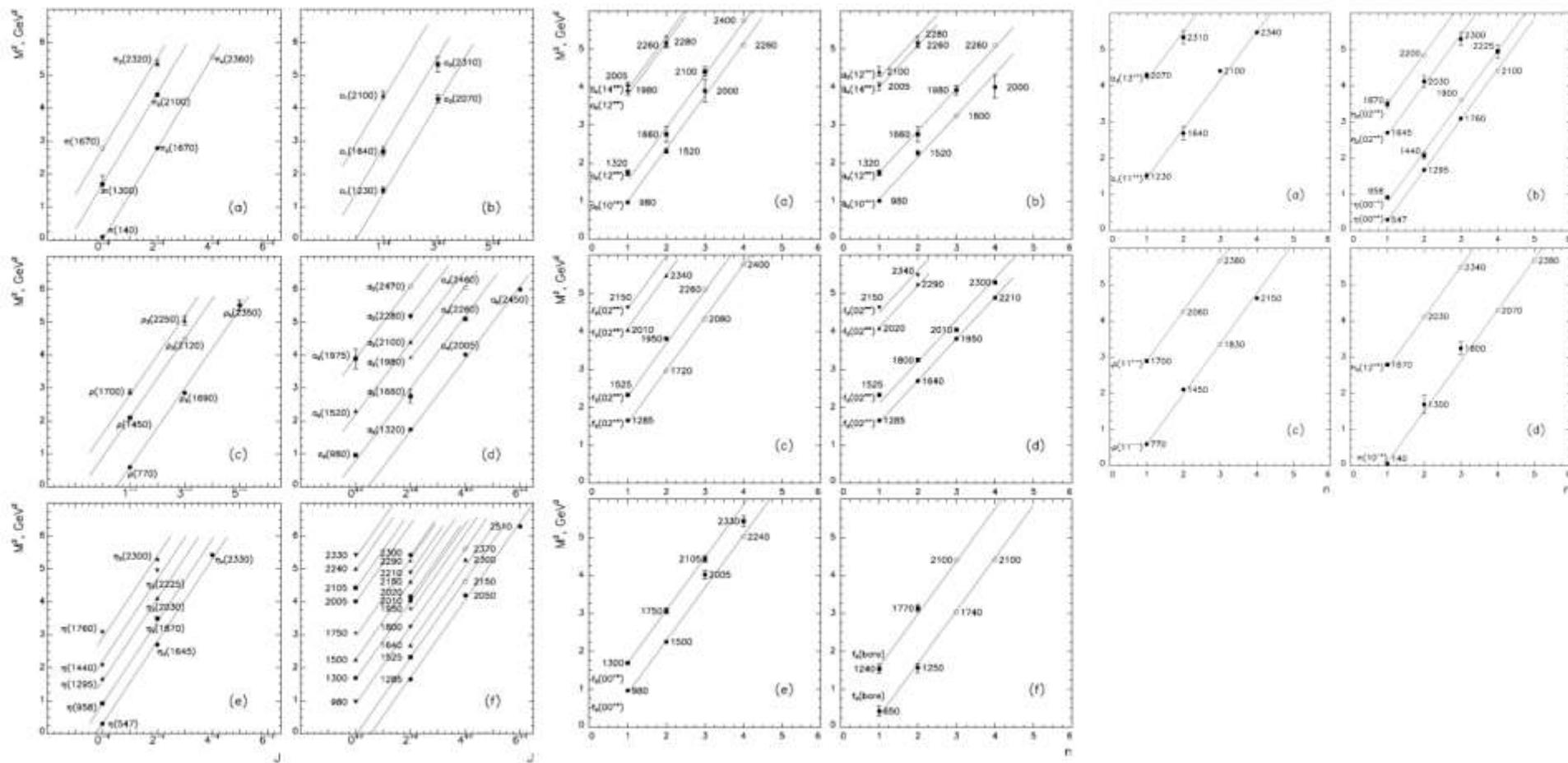
CRYSTAL BARREL (1.9-2.4 ГэВ)

A.V. Anisovich, V.V. Anisovich and A.V. Sarantsev, PRD (2000)

V.V. Anisovich, Phys. Usp. 47 (2004) 45

D.V. Bugg, Phys. Rept. (2004)

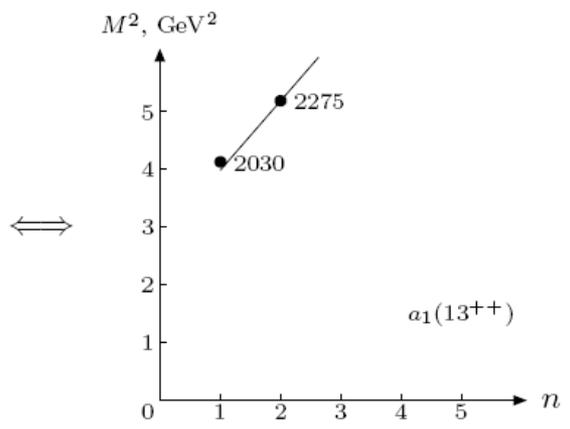
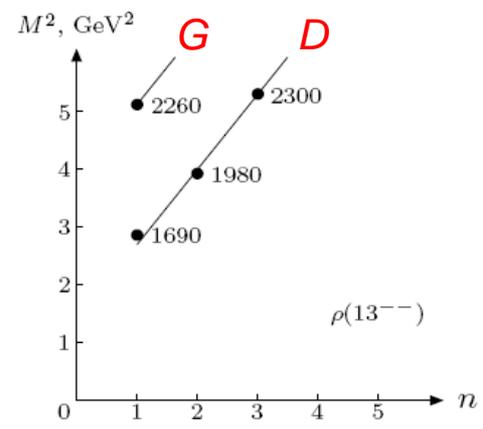
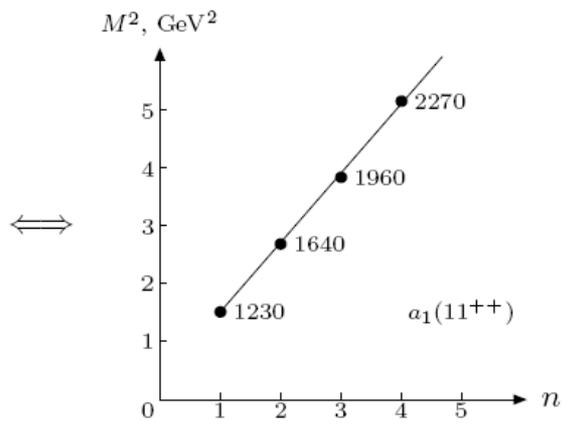
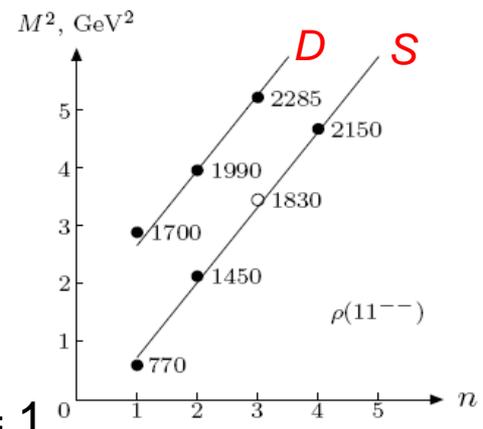
Реджевское поведение!



Удвоение ряда траекторий:

$L=0$ (S-wave): $J = \uparrow\uparrow = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
 $q\bar{q}$

$L=2$ (D-wave): $J = \uparrow\downarrow\downarrow = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$
 $L q\bar{q}$



⇒ Два вида ρ-мезонов!

Линейные траектории:

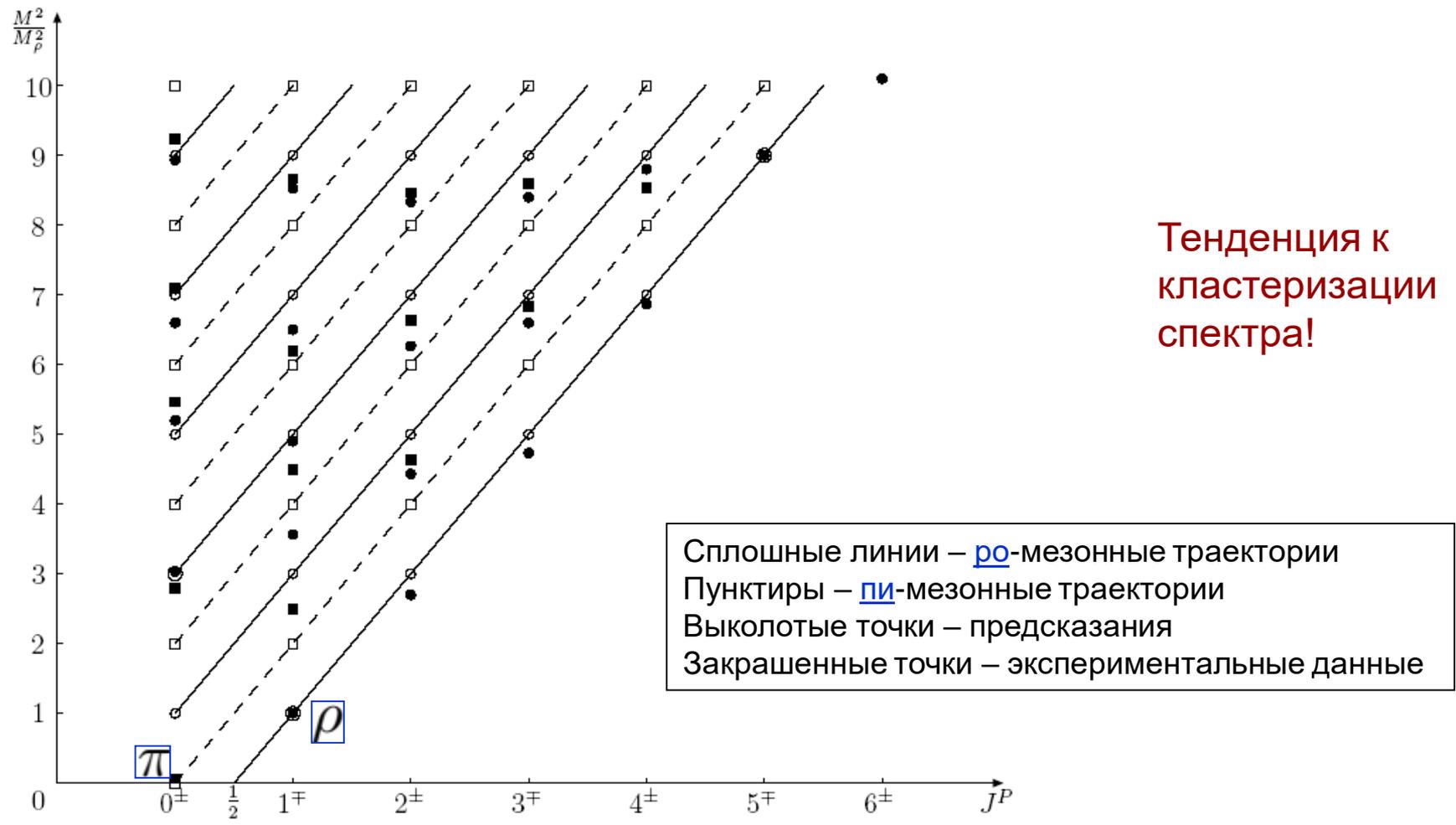
$$M_n^2 = a(n + b)$$

Приблизительно универсальный наклон

Интерсепт зависит от квантовых чисел

На сколько экспериментальные данные соответствуют предсказаниям этой картины, типично даваемой дуальными амплитудами типа Венециано и моделями адронных струн?

Спектр амплитуды Адемолло-Венециано-Вайнберга и экспериментальные данные



Тенденция к кластеризации спектра!

S. S. Afonin, *Experimental indication on chiral symmetry restoration in meson spectrum*, Phys. Lett. B **639** (2006), 258-262, [hep-ph/0603166]

D.V. Bugg,
Queen Mary, University of London, London E1 4NS, UK

abstract An extensive spectrum of light non-strange $q\bar{q}$ states up to a mass of 2400 MeV has emerged from Crystal Barrel and PS172 data on $\bar{p}p \rightarrow Resonance \rightarrow A + B$ in 17 final states. These data are reviewed with detailed comments on the status of each resonance. For $I = 0, C = +1$, the spectrum is complete and very secure.

.....

All observed resonances cluster into fairly narrow mass ranges (i) 1590-1700 MeV, (ii) 1930-2100 MeV, (iii) 2240-2340 MeV. These ‘towers’ of resonances are illustrated in Fig. 4.

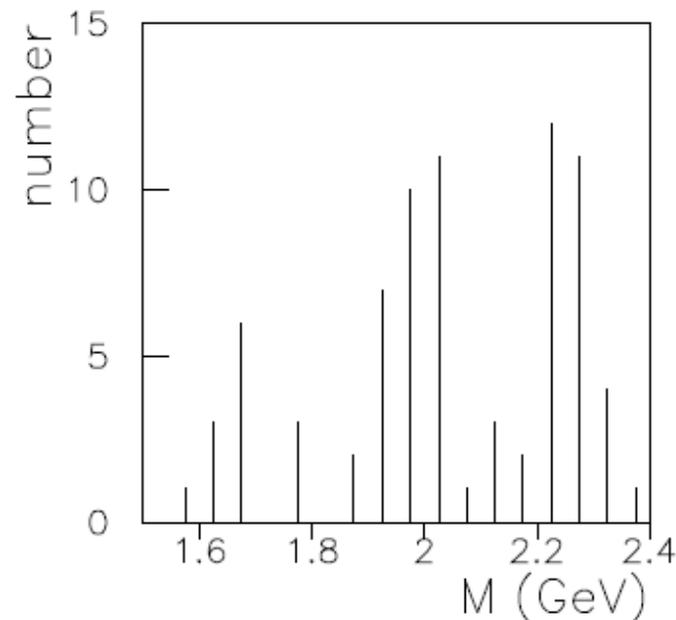
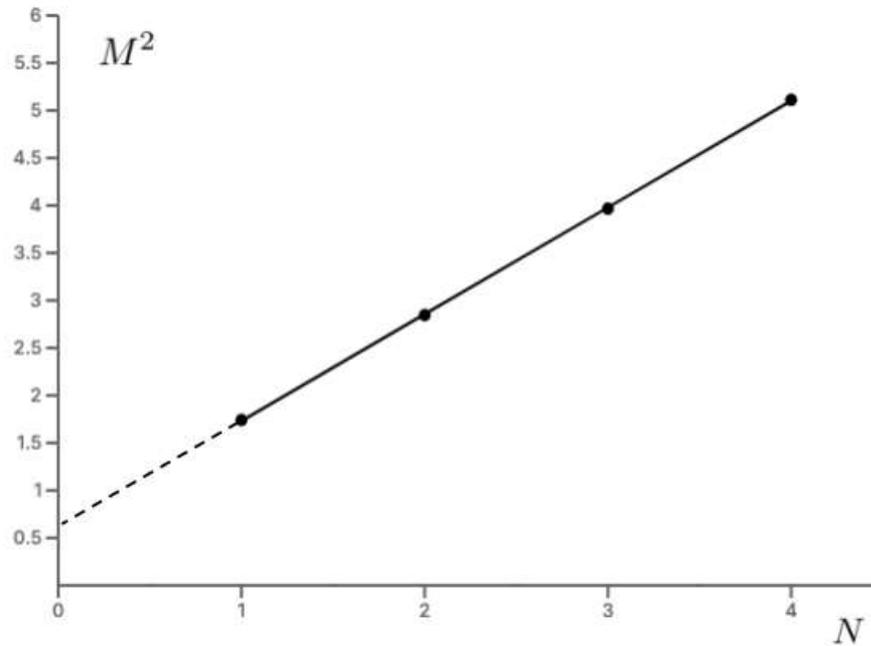
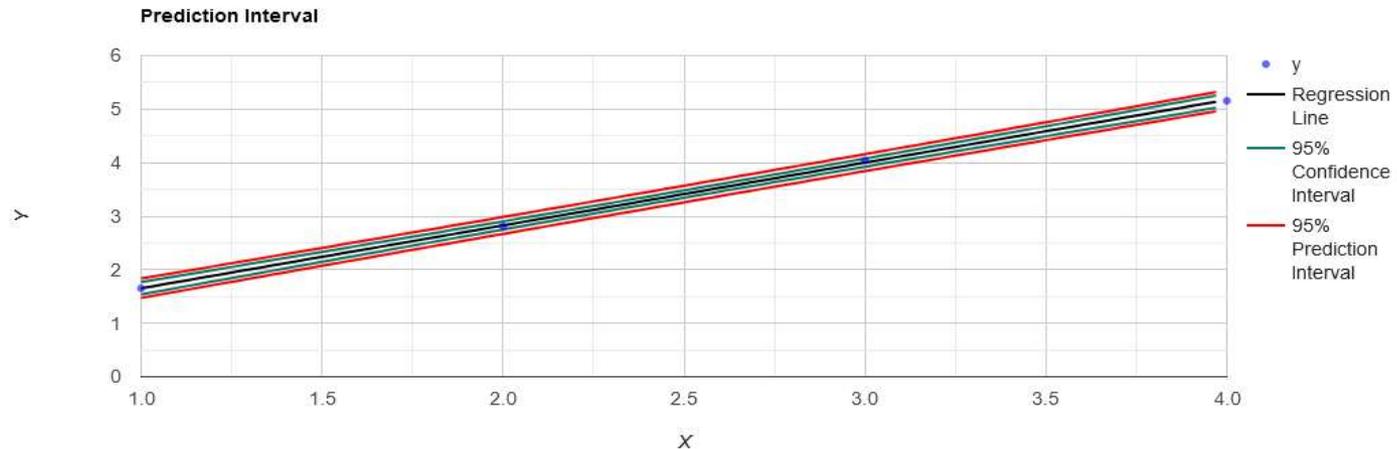


Fig. 4. Clustering of resonances in mass.

Эквидистантность кластеров

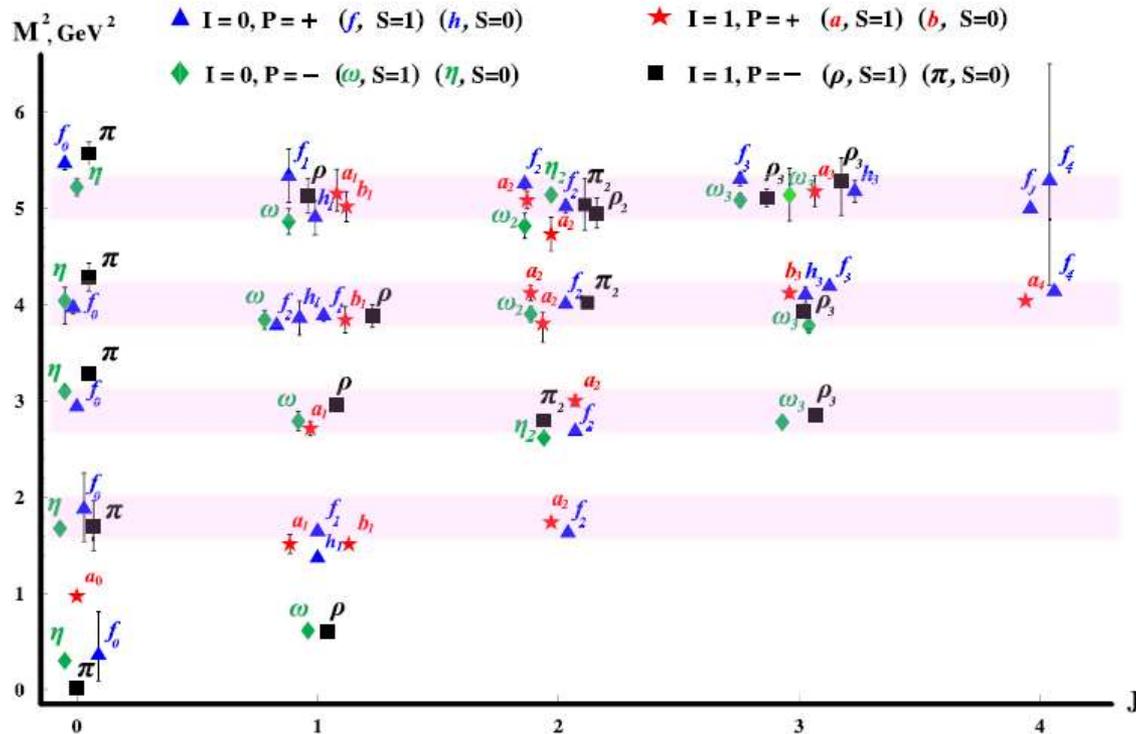


$$M_{\text{exp}}^2(N) \approx 1.14(N + 0.54), \quad N = 0, 1, 2, 3, 4$$



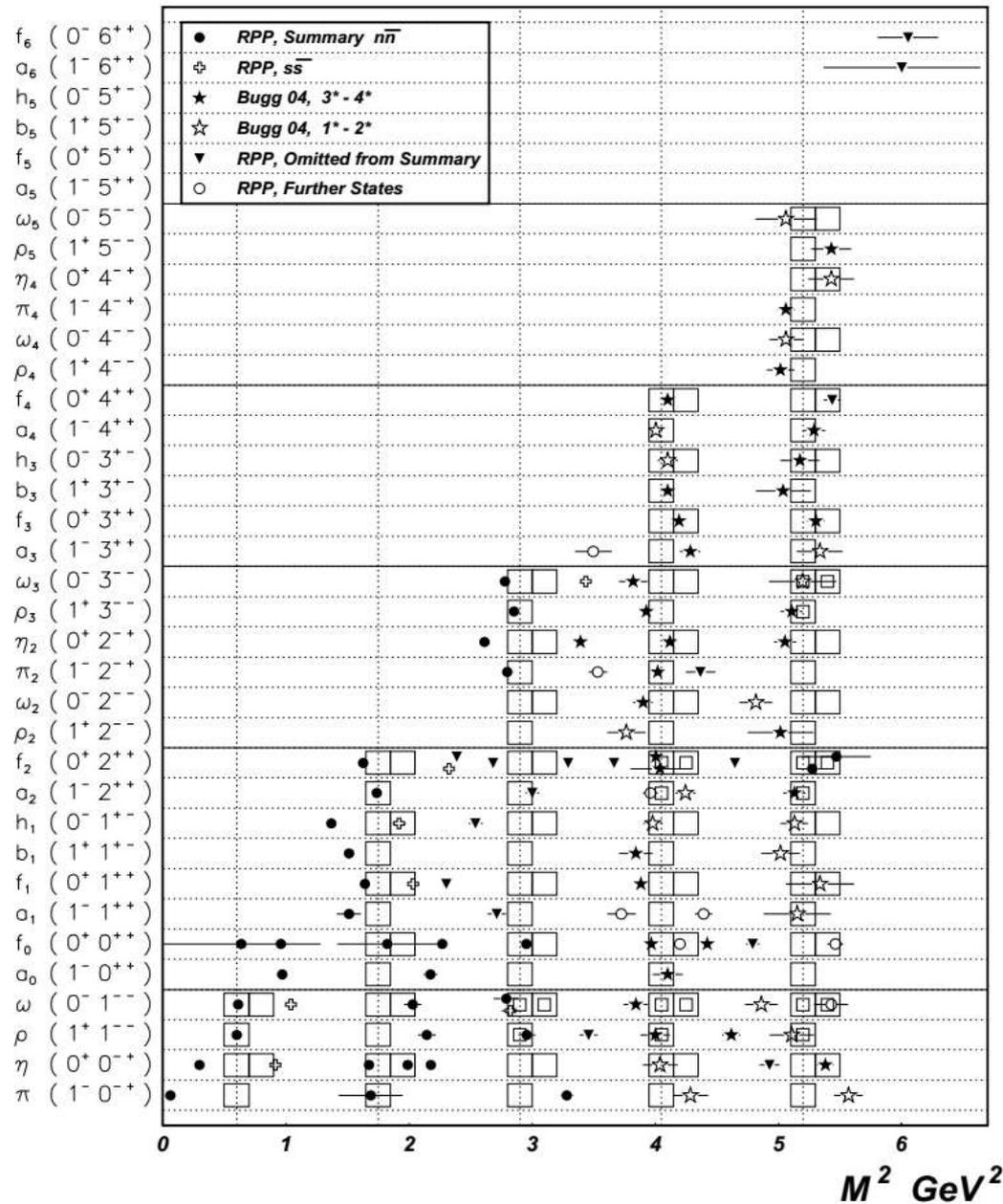
Highly excited mesons, linear Regge trajectories, and the pattern of the chiral symmetry realization

M. Shifman and A. Vainshtein

William I. Fine Theoretical Physics Institute, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota 55455, USA

10 Conclusions

This article grew as a continuation of the ongoing heated debate in the literature regarding asymptotic symmetries of the meson spectrum in QCD [2, 5–8, 25, 33, 37, 46, 47], and numerous discussions of this issue at various conferences. At an early stage we believed that χ SR could be natural in QCD. Further more careful studies made us change our minds.



Meson	$M(0)$	$M(1)$	$M(2)$	$M(3)$	$M(4)$
π	135	1300 ± 100	1812 ± 14	2070 ± 35	2360 ± 25
η		1294 ± 4	1760 ± 11	2010^{+35}_{-60}	2285 ± 20
ω	782.65 ± 0.12	$1400 \div 1450$	1670 ± 30	1960 ± 25	2205 ± 30 2295 ± 50
ρ	775.5 ± 0.4	1459 ± 11	1720 ± 20	1900 ± 7	2110 ± 35
f_0		$1200 \div 1500$	1770 ± 12	2000 ± 30	2265 ± 40
a_0		1474 ± 19	? \checkmark	2020 ± 38	2337 ± 14
a_1		1230 ± 40	1647 ± 22	2025 ± 30	?
f_1		1281.8 ± 0.6	?	1930^{+30}_{-70}	2270^{+55}_{-40}
h_1		1170 ± 20	1595 ± 20	1971 ± 15	2310 ± 60
b_1		1229.5 ± 3.2	1620 ± 15	1965 ± 45	2215 ± 40
f_2		1275.4 ± 1.1	1638 ± 6	1960 ± 35	2240 ± 35
				1934 ± 20	2240 ± 15
a_2		1318.3 ± 0.6	1732 ± 16	2001 ± 10	2293 ± 13
				1950 ± 40	2175 ± 40
				2030 ± 20	2255 ± 20
π_2			1672.4 ± 3.2	2005 ± 15	2245 ± 60
η_2			1617 ± 5	2030 ± 16	2267 ± 14
ω_3			1667 ± 4	1945 ± 20	2255 ± 15
					2285 ± 60
ρ_3			1688.8 ± 2.1	1982 ± 14	2300^{+50}_{-80}
					2260 ± 20
ω_2			?	1975 ± 20	2195 ± 30
ρ_2			?	1940 ± 40	2225 ± 35
f_3				2048 ± 8	2303 ± 15
a_3				2031 ± 12	2275 ± 35
h_3				2025 ± 20	2275 ± 25
b_3				2032 ± 12	2245 ± 50
a_4				2005^{+25}_{-45}	2255 ± 40
f_4				2018 ± 6	2283 ± 17
ω_4					2250 ± 30
ρ_4					2230 ± 25
π_4					2250 ± 15
η_4					2328 ± 38
ω_5					2250 ± 70
ρ_5					2300 ± 45
\overline{M}	≈ 780	1325 ± 90	1700 ± 60	2000 ± 40	2270 ± 40

Интерпретация?

Table 2: The masses (in MeV) of light non-strange mesons used in the analysis of Ref. [20] (the data were taken from the Particle Data, the issue of year 2006, and compilation [18]). The resulting averaged masses for each cluster $\overline{M}(N)$, $N = 0, 1, 2, 3, 4$, are indicated in the bottom line (from Ref. [11]). The question mark stands for the predicted states in the corresponding mass range.

Классификация лёгких нестранных мезонов по квантовым числам (L, n)

$L \backslash n$	0	1	2	3	4
0	$\pi(140)$ $\rho(770)$ $\omega(780)$	$\pi(1300)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\rho(?)$ $\omega(?)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\rho(1900)$ $\omega(?)$ $\eta(2010)$	$\pi(2360)$ $\rho(2150)$ $\omega(2205)$ $\eta(2285)$
1	$f_0(1370)$ $a_0(1450)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$ $b_1(1230)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $f_2(1275)$	$f_0(1770)$ $a_0(?)$ $a_1(1640)$ $f_1(?)$ $b_1(1620)$ $h_1(1595)$ $a_2(1680)$ $f_2(1640)$	$f_0(2020)$ $a_0(2025)$ $a_1(1930)$ $f_1(1971)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)$ $f_2(1934)$	$f_0(2337)$ $a_0(?)$ $a_1(2270)$ $f_1(2310)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $a_2(2175)$ $f_2(2240)$	
2	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$ $\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_2(?)$ $\omega_2(?)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$ $\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\rho_3(1982)$ $\omega_3(1945)$	$\rho(2265)$ $\omega(2295)$ $\pi_2(2245)$ $\eta_2(2267)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_3(2300)$ $\omega_3(2285)$		
3	$f_2(2001)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2031)$ $b_3(2032)$ $h_3(2025)$ $f_4(2018)$ $a_4(2005)$	$f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $f_4(2283)$ $a_4(2255)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\omega_3(2255)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$ $\pi_4(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\rho_5(2300)$ $\omega_5(2250)$				

Классификация, согласно современным данным

L \ n	0	1	2	3	4
0	-	$\pi(1300)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$ $\rho(1900)$	$\pi(2360)$ $\omega(2205)$ $\rho(2150)$ $\rho(2270)$ $\eta(2100)$ $\eta(2285)$
1	$f_0(1370)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $b_1(1230)$ $b_1(1235)$ $f_2(1275)$ $f_2(1270)$ $a_0(1450)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$	$a_0(1710)$ $f_0(1770)$ $a_1(1640)$ $b_1(1620)$ $h_1(1595)$ $f_2(1640)$ $a_2(1680)$ $a_2(1700)$	$f_0(2020)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)$ $f_2(1934)$ $f_2(2010)$ $a_1(1930)$ $f_1(1970)$ $a_0(2025)$	$f_0(2337)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $f_2(2240)$ $a_2(2175)$ $a_2(2255)$ $a_1(2270)$ $f_1(2310)$	
2	$\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$ $\rho(1700)$ $\omega(1650)$	$\rho(2000)$ $\omega_3(1945)$ $\eta_2(2030)$ $\pi_2(2005)$ $\pi_2(1880)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\omega(1960)$ $\rho_2(1982)$	$\omega_3(2285)$ $\pi_2(2245)$ $\pi_2(2285)$ $\eta_2(2267)$ $\eta_2(2250)$ $\rho(2270)$ $\omega(2290)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_2(2300)$		
3	$h_3(2025)$ $b_2(2032)$ $b_2(2030)$ $f_4(2018)$ $f_4(2050)$ $a_4(2065)$ $a_4(1970)$ $f_2(2010)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2030)$	$b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $a_4(2255)$ $f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $f_4(2283)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\pi_4(2250)$ $\omega_5(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\eta_4(2330)$ $\omega_3(2255)$ $\omega(2285)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$ $\rho_5(2300)$				

$a_0(1710)$

$$1^G(J^{PC}) = 1^-(0^{++})$$

OMITTED FROM SUMMARY TABLE

Evidence for this state is also inferred from the interference of the $K^+ K^-$ and $K_S^0 K_S^0$ decays of the $f_0(1710)$ in $D_s^+ \rightarrow f_0(1710)\pi^+$, leading to a relative branching ratio an order of magnitude larger than expected from isospin symmetry (ABLIKIM 22F). See also the review on "Spectroscopy of Light Meson Resonances."

 $a_0(1710)$ MASS

<u>VALUE (MeV)</u>	<u>DOCUMENT ID</u>	<u>TECN</u>	<u>COMMENT</u>
1713±19 OUR AVERAGE	Error includes scale factor of 3.8. See the ideogram below.		
1736±10±12	¹ AAIJ	23AH LHCb	$B^+ \rightarrow K^+(K_S^0 K \pi)$
1817± 8±20	² ABLIKIM	22AH BES3	$D_s^+ \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^0$
1704± 5± 2	LEES	21A BABR	$\eta_c(1S) \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$

¹ From Dalitz plot analyses of $\eta_c(1S, 2S) \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^- + c.c..$

² Observed to decay into $K_S^0 K^+$ in a Breit-Wigner amplitude analysis involving D_s^+ decays into $\bar{K}^*(892)^0 K^+$, $\bar{K}^*(892)^+ K_S^0$, $\bar{K}^*(1410)^0 K^+$, $a_0(980)^+ \pi^0$, and $a_0(1817)^+ \pi^0$.

Table 1: Summary of theoretical predictions for the $a_0(1710)$ mass made before its first measurement in 2021 [1] (in MeV).

Model approach [ref.] (year)	Relativized quark model [10] (1985)	Regge analysis [11] (2007)	Unitarized amplitudes [12] (2009)	Relativized quark model [13] (2009)	Extended lin. σ -model [14] (2017)	Regge analysis [15] (2018)	Unitarized amplitudes [16] (2018)
Prediction	1780	1700 ± 60	1777	1679	1790 ± 35	1774	1770 ± 20

[10] S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev. D **32** (1985) 189.

[11] S. S. Afonin, Phys. Rev. C **76** (2007) 015202.

[12] L. S. Geng and E. Oset, Phys. Rev. D **79** (2009) 074009.

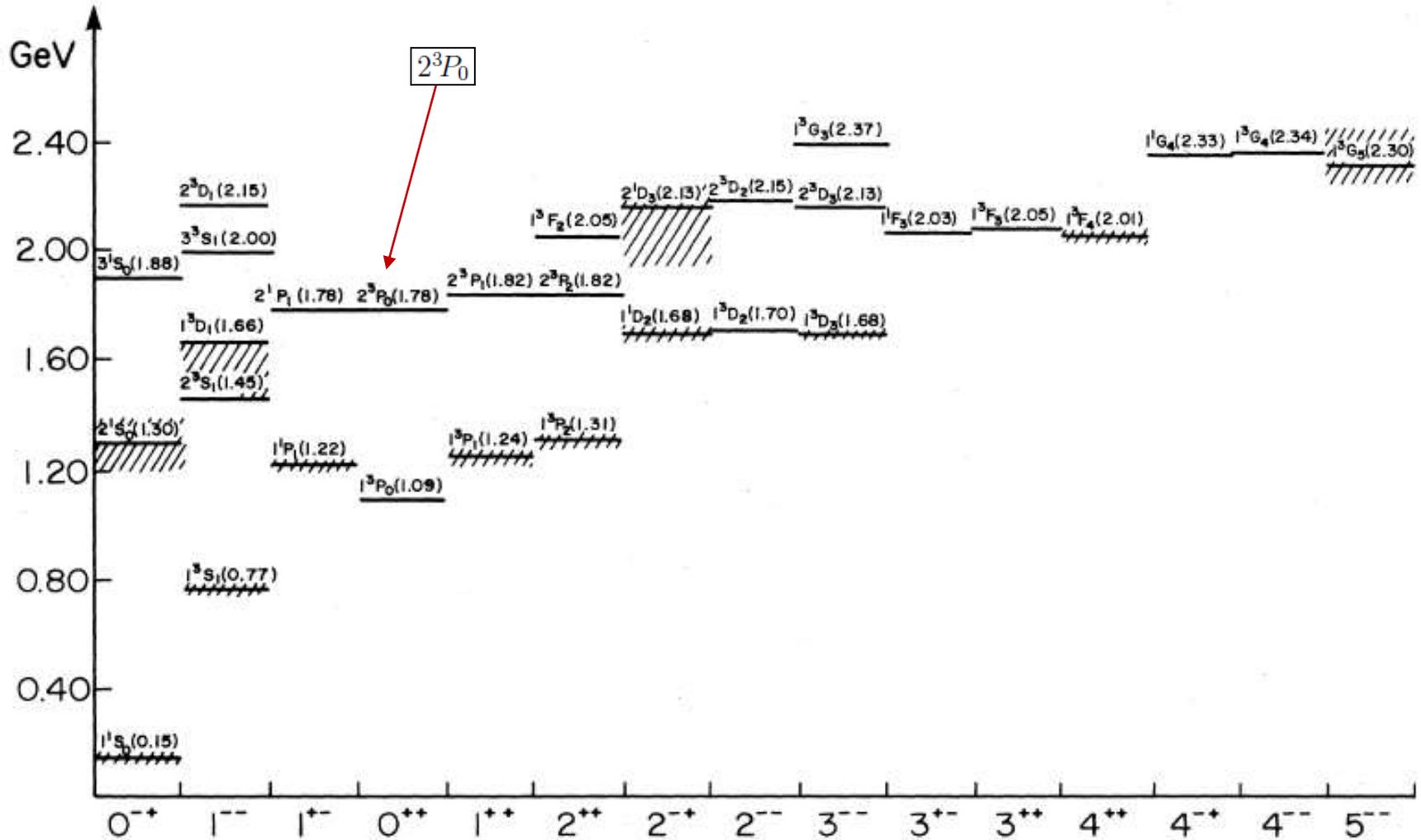
[13] D. Ebert, R. N. Faustov and V. O. Galkin, Phys. Rev. D **79** (2009) 114029.

[14] D. Parganlija and F. Giacosa, Eur. Phys. J. C **77** (2017) 450.

[15] G. Y. Wang, S. C. Xue, G. N. Li, E. Wang and D. M. Li, Phys. Rev. D **97** (2018) 034030.

[16] M. L. Du, D. Gülmez, F. K. Guo, U. G. Meißner and Q. Wang, Eur. Phys. J. C **78** (2018) 988.

Предсказания для изовекторных легких мезонов без скрытой странности в базе $n^{2S+1}L_J$



The isovector mesons $[-u\bar{d}, \sqrt{1/2}(u\bar{u} - d\bar{d}), d\bar{u}]$.

Thus, for $M(N)$ we have (in MeV): $M(0) \approx 785$, $M(1) \approx 1325 \pm 90$, $M(2) \approx 1700 \pm 60$, $M(3) \approx 2000 \pm 40$, $M(4) \approx 2270 \pm 40$. Looking at Table I, we make the following predictions for the nonstrange mesons which still have not been observed.

1. In the energy range 1700 ± 60 MeV there exists a_0 , f_1 , ρ_2 , ω_2 , as well as the second ρ and ω mesons. Their widths are approximately $\Gamma = 200 \pm 70$ MeV. The state $X(1650)$ with $I^G(J^{PC}) = 0^-(?^-)$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω or ω_2 mesons. The state $X(1750)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(1^{--})$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω or ρ mesons.
2. In the energy range 2000 ± 40 MeV there exists the second ω meson. Its width is approximately $\Gamma = 220 \pm 70$ MeV. The state $X(1975)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(???)$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω meson.
3. In the energy range 2270 ± 40 MeV there exists a_0 meson. Its width is approximately $\Gamma = 270 \pm 60$ MeV. The states $X(2210)$ and $X(2340)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(???)$ cited in [1] might be possible candidates for the predicted a_0 meson.

Классификация лёгких нестранных мезонов по квантовым числам (L, n)

$L \backslash n$	0	1	2	3	4
0	$\pi(140)$ $\eta(548)(?)$ $\rho(770)$ $\omega(782)$	$\pi(1300)$ $\eta(1295)(?)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$ $\rho(?)$ $\omega(?)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$ $\rho(1900)$ $\omega(?)$	$\pi(2360)$ $\eta(2285)$ $\rho(2150)$ $\omega(2205)(?)$
1	$f_0(1370)$ $a_0(1450)(?)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$ $b_1(1230)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $f_2(1275)$	$f_0(1770)$ $a_0(?)$ $a_1(1640)$ $f_1(?)$ $b_1(1620)(?)$ $h_1(1595)(?)$ $a_2(1680)$ $f_2(1640)$	$f_0(2020)$ $a_0(2025)$ $a_1(1930)(?)$ $f_1(1971)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)(?)$ $f_2(1934)$	$f_0(2337)$ $a_0(?)$ $a_1(2270)(?)$ $f_1(2310)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $a_2(2175)(?)$ $f_2(2240)$	
2	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$ $\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_2(?)$ $\omega_2(?)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$ $\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\rho_3(1982)$ $\omega_3(1945)$	$\rho(2265)$ $\omega(2295)(?)$ $\pi_2(2245)$ $\eta_2(2267)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_3(2300)(?)$ $\omega_3(2285)$		
3	$f_2(2001)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2031)$ $b_3(2032)$ $h_3(2025)$ $f_4(2018)$ $a_4(2005)$	$f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $f_4(2283)$ $a_4(2255)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\omega_3(2255)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)(?)$ $\pi_4(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\rho_5(2300)$ $\omega_5(2250)$				

S. S. Afonin, *Towards understanding spectral degeneracies in nonstrange hadrons. Part I. Mesons as hadron strings versus phenomenology*, Mod. Phys. Lett. A **22** (2007), 1359-1372, [hep-ph/0701089]

Среднеквадратичные значения в (L,n) -блоках

$L \backslash n$	0	1	2	3	4
0	—	1373	1780	1995	2242
1	1294	1668	1970	2256	
2	1673	1980	2260		
3	2024	2273			
4	2266				

Фит формулой

$$M^2(L, n) = AL + Bn + C$$

	$AL + Bn + C$	$a(L + bn + c)$	\sqrt{C}
\bar{M}^2	$1.103L + 1.102n + 0.686$	$1.103(L + n + 0.622)$	0.828
\bar{M}_{ns}^2	$1.178L + 1.135n + 0.473$	$1.178(L + 0.963n + 0.402)$	0.688
\bar{M}_s^2	$1.023n + 0.957$	$1.023(n + 0.935)$	0.978

В среднем (в ГэВ^2): $\bar{M}^2(L, n) \approx 1.1L + 1.1n + 0.7$

\Rightarrow Работает закон $M^2(L, n) \sim L + n$

В нерелятивистском атоме водорода:

$E \sim \frac{1}{N^2}$, $N = L + n + 1$ - главное квантовое число

В спектре лёгких мезонов имеется главное квантовое число

Существование состояний, не имеющих вырожденных партнёров по чётности, следует из определения самой чётности,

$$P = (-1)^{L+1}$$

Мезоны на главной траектории имеют $n=0$, поэтому таких партнёров быть не может.

Например: ρ -мезон, $(L, n) = (0, 0)$, a_1 -мезон, $(L, n) = (1, 0)$, вырожден с ρ' , $(0, 1)$.

Потенциальные модели не могут объяснить наличие наблюдаемого вырождения.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ АТОМА ВОДОРОДА

$$E(L, n) \sim \frac{1}{N^2}, \quad N = L + n + 1$$

Фок: имеет место более сильная симметрия, чем $SO(3)$.
Это **$SO(4)$** симметрия в импульсном пространстве.
(V.A. Fock, Z. Phys. 98 (1935) 145)

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1935

BULLETIN DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences
mathématiques et naturelles

Отделение математических
и естественных наук

АТОМ ВОДОРОДА И НЕ-ЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ*

(Предварительное сообщение**)

В. А. ФОКА

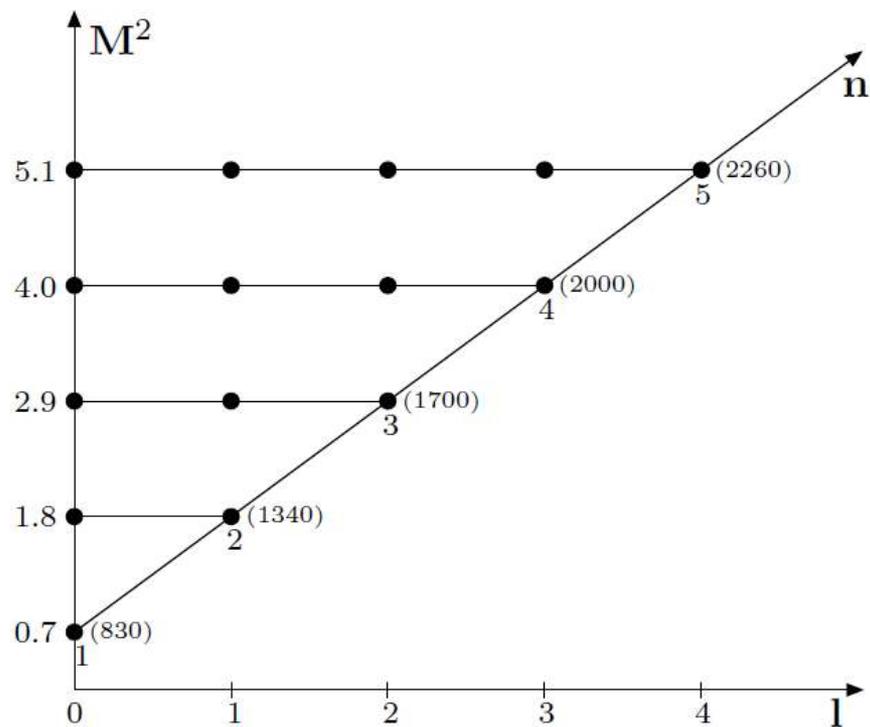
(Представлено академиком С. И. Вавиловым)

В работе показано, что уравнение Шредингера для атома водорода в пространстве импульсов приводится к интегральному уравнению для шаровых функций четырехмерного шара. Таким образом, допускаемая уравнением Шредингера группа преобразований оказывается тождественной с четырехмерной группой вращений; наличие этой группы объясняет так называемое вырождение уровней водорода по отношению к азимутальному квантовому числу. Следствия, вытекающие из сопоста-

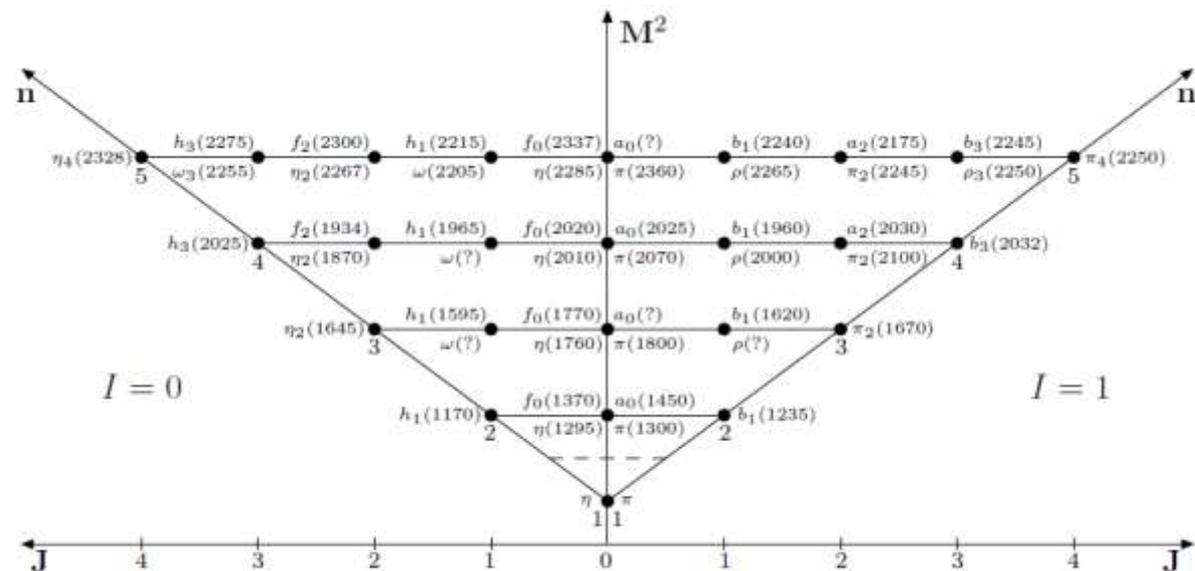
* Доложено 8 февраля 1935 г. в теоретическом семинарии Физического института ЛГУ и 23 марта 1935 г. на сессии Академии Наук СССР в Москве.



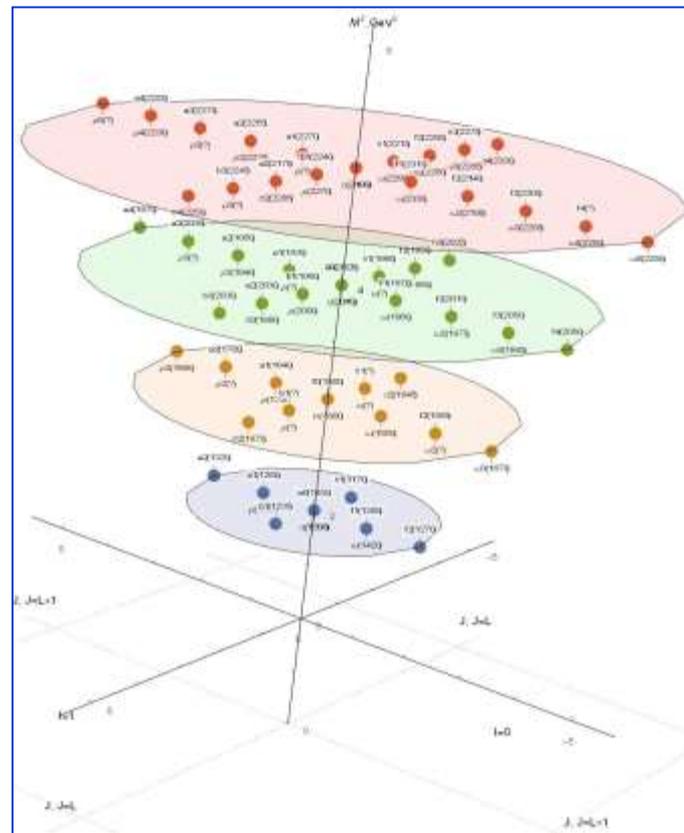
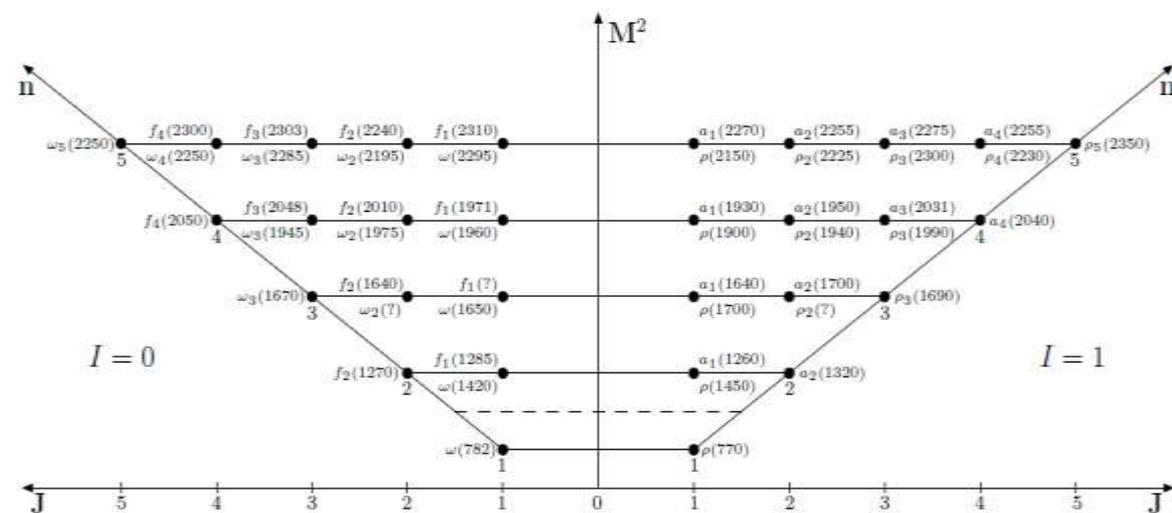
SO(4) – классификация состояний



$$J = L$$



$$J = L + 1$$



Вариант “Таблицы Менделеева” для лёгких мезонов (без странного кварка)

L	S	J	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
0	0	0	π η	$\pi(1300)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$	$\pi(2360)$ $\eta(2320)$
	1	1	ρ ω	$\rho(1450)$ $\omega(1420)$	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$	$\rho(2270)$ $\omega(2290)$
1	0	1	$b_1(1235)$ $h_1(1170)$	$b_1?$ $h_1(1595)$	$b_1(1960)$ $h_1(1965)$	$b_1(2240)$ $h_1(2215)$	
		0	$a_0(1450)$ $f_0(1370)$	$a_0(1710)$ $f_0(1770)$	$a_0(2020)$ $f_0(2020)$	$a_0?$ $f_0(2200)$	
	1	1	$a_1(1260)$ $f_1(1285)$	$a_1(1640)$ $f_1?$	$a_1(1930)$ $f_1(1970)$	$a_1(2270)$ $f_1(2310)$	
		2	$a_2(1320)$ $f_2(1270)$	$a_2(1700)$ $f_2(1750)$	$a_2(2030)$ $f_2(1950)$	$a_2(2255)$ $f_2(2300)$	
2	0	2	$\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$	$\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$	$\pi_2(2285)$ $\eta_2(2250)$		
		1	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega(2220)$		
	1	2	$\rho_2?$ $\omega_2?$	$\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$	$\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$		
		3	$\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho_3(1990)$ $\omega_3(1945)$	$\rho_3(2250)$ $\omega_3(2255)$		
3	0	3	$b_3(2030)$ $h_3(2025)$	$b_3(2245)$ $h_3(2275)$			
		2	$a_2(1990)$ $f_2(2010)$	$a_2?$ $f_2?$			
	1	3	$a_3(2030)$ $f_3(2050)$	$a_3(2275)$ $f_3(2300)$			
		4	$a_4(1970)$ $f_4(2050)$	$a_4(2255)$ $f_4?$			
4	0	4	$\pi_4(2250)$ $\eta_4(2330)$				
		3	$\rho_3?$ $\omega_3(2285)$				
	1	4	$\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$				
		5	$\rho_5(2350)$ $\omega_5(2250)$				

N = 0
N = 1
N = 2
N = 3
N = 4

I = 1
I = 0

N = n + L

Бледный фон – резонансы,
требующие подтверждения

Для каждого лёгкого мезона из Particle Data заново выполнен анализ на предмет включения в класс лёгких нестранных кварк-антикварковых состояний и уровень надёжности экспериментальных данных, выполнены фиты с новыми данными для реджевского соотношения

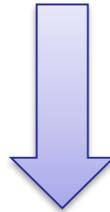
$$M^2 = al + bn_r + c$$

I	Weight	a	b	c	χ^2/DoF
1	none	1.08 ± 0.03	1.13 ± 0.03	0.69 ± 0.09	0.0052
	$1/(\Delta M_{\text{exp}}^2)^2$	1.10 ± 0.03	1.16 ± 0.03	0.63 ± 0.03	0.0050
	$1/(\Delta M^2)^2$	1.113 ± 0.005	1.126 ± 0.005	0.62 ± 0.01	0.0051
	$\exp\left(-A\frac{\Delta M_{\text{exp}}^2}{M^2}\right), A = 7$	1.08 ± 0.03	1.13 ± 0.03	0.69 ± 0.09	0.0051
0 and 1	none	1.13 ± 0.20	1.15 ± 0.04	0.58 ± 0.03	0.0045
	$1/(\Delta M_{\text{exp}}^2)^2$	1.14 ± 0.03	1.13 ± 0.04	0.51 ± 0.03	0.0057
	$1/(\Delta M^2)^2$	1.12 ± 0.11	1.16 ± 0.09	0.52 ± 0.03	0.0051
	$\exp\left(-A\frac{\Delta M_{\text{exp}}^2}{M^2}\right), A = 7$	1.13 ± 0.08	1.15 ± 0.03	0.56 ± 0.08	0.0045

Основной итог

$$M^2 \approx 1.14 \cdot N + 0.5 \quad \text{GeV}^2$$

$$N \equiv l + n_r$$



Современные данные хорошо согласуются с $SO(4)$ -вырождением в спектре лёгких мезонов

Квазиклассическая интерпретация

Спин J и масса m являются двумя независимыми инвариантами Казимира группы Пуанкаре, определяющих понятие элементарной частицы как конечномерных представлений этой группы. Следовательно, если есть функциональная зависимость между ними, то имеет место некая динамическая симметрия (одновременно указывающая на составную природу данных частиц).

Рассмотрим классический объект размера r , вращающийся с постоянной скоростью. Его угловой момент:

$$J \sim mr \quad (1)$$

С другой стороны, n -мерный однородный (с постоянной плотностью) объект имеет массу:

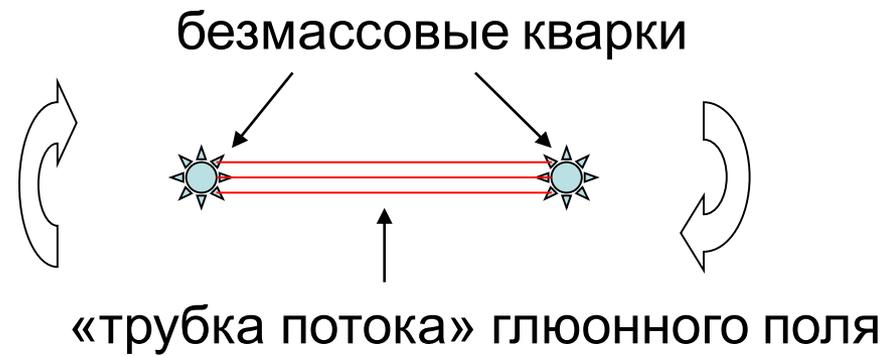
$$m \sim r^n \quad \longrightarrow \quad r \sim m^{1/n} \quad (2)$$

(2) \Rightarrow (1):

$$J \sim m^{1+1/n}$$

Эксперимент: $n=1$

Реализация: глюонная струна

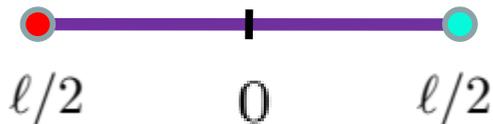


Намбу: вращающаяся струна с релятивистскими безмассовыми кварками на концах приводит к соотношению (формула Чу-Фраучи)

$$M^2 = 2\pi\sigma L$$

σ - натяжение струны, L - угловой момент ($J = L, L \pm 1$)

Краткий вывод:



Consider a gluonic flux tube as a solid body of known length ℓ , rotating at the speed $v(r) = 2r/\ell$.

$$M = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{\sigma dr}{\sqrt{1 - v^2(r)}} = \frac{\pi\sigma\ell}{2},$$

$$L = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{\sigma r v(r) dr}{\sqrt{1 - v^2(r)}} = \frac{\pi\sigma\ell^2}{8}.$$

$$\Rightarrow M^2 = 2\pi\sigma L$$

Квантование Бора-Зоммерфельда

$$\int p(r) dr = \cancel{2}\pi \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

n - радиальное квантовое число, $p(r)$ и r - относительные угловой момент и расстояние, в простейшем случае связанные соотношением

$$M = 2p + \sigma r$$

Учитывая $M = \ell\sigma$, где ℓ есть максимальная длина струны, в результате:

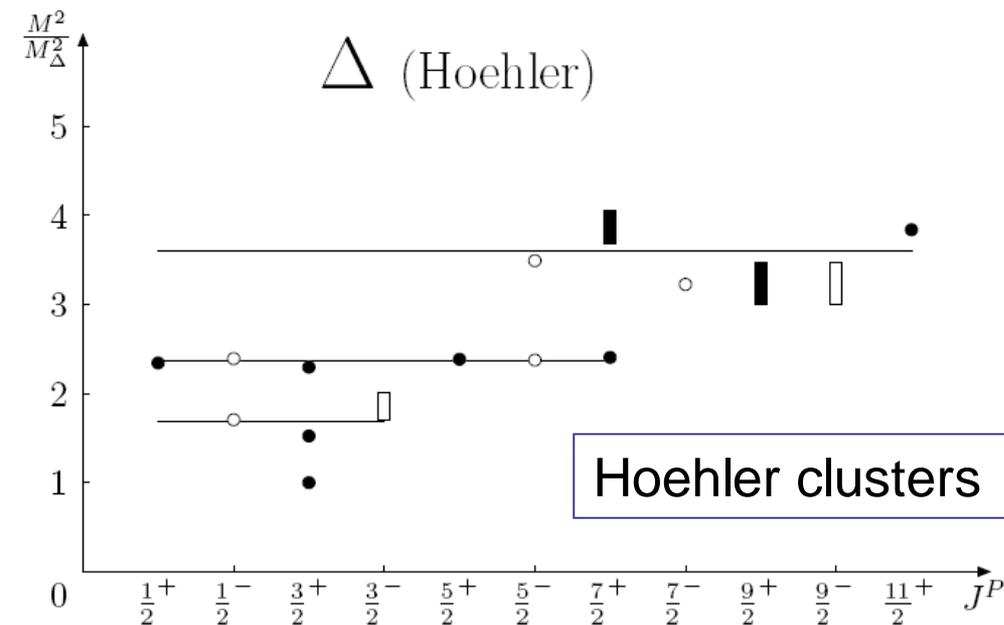
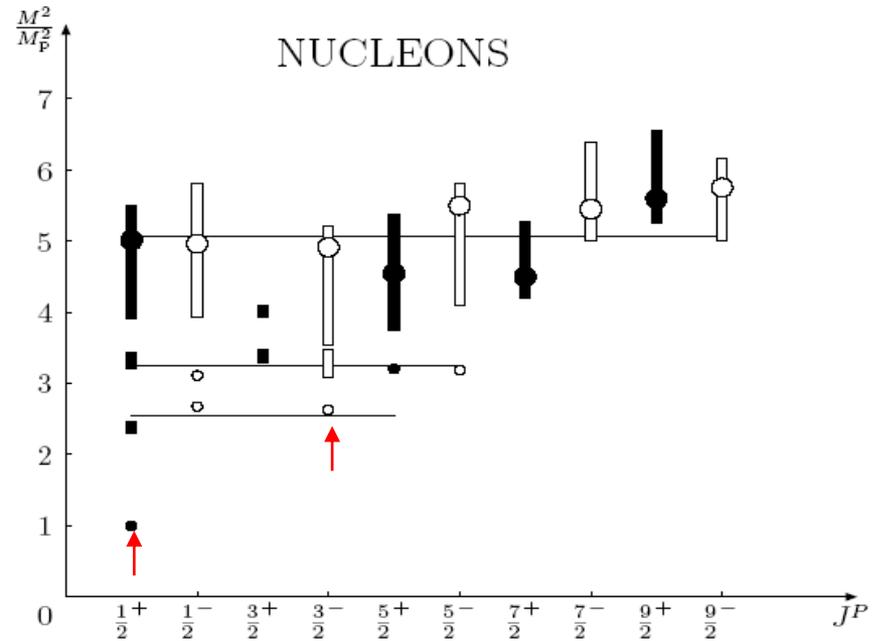
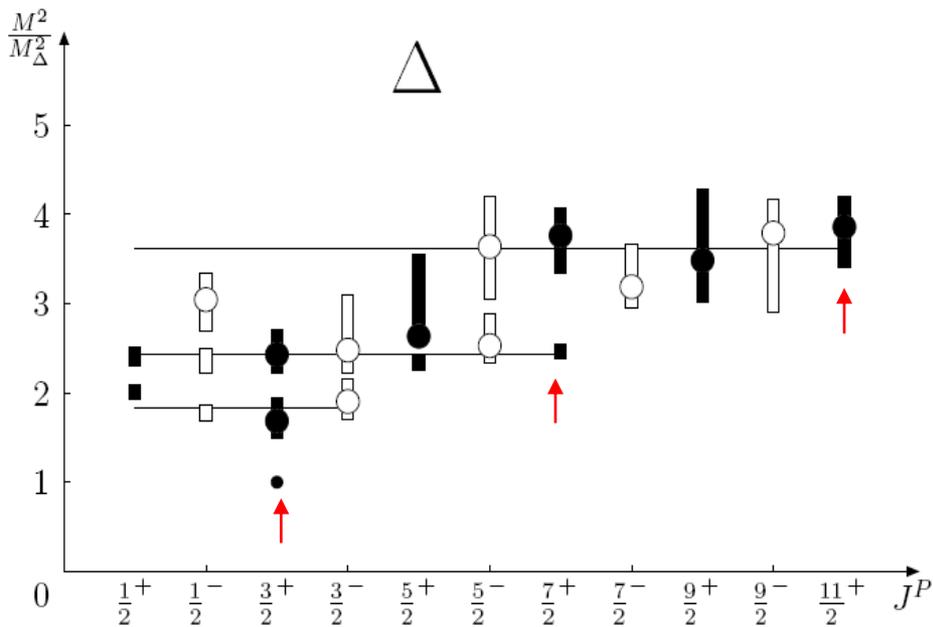
$$M^2 = \cancel{4}^2\pi\sigma \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Для фермионов!

⇒ ожидаем $M^2 \simeq 2\pi\sigma \left(L + \cancel{2}n + \frac{1}{2} \right)$ - хорошо выполняется в спектрах!

Спасибо за внимание!

Experimental spectrum for light baryons (Particle Data)



↑ - Parity (chiral) singlets

Spin-parity clustering!

Spin clustering – R. Feynman

R. Feynman et al.,
Phys. Rev. D 2 (1970) 1267

Vanishing L-S forces

Вариант “Таблицы Менделеева” для лёгких мезонов (без странного кварка)

Бледный фон – резонансы,
требующие подтверждения

L	S	J	$n_r=0$	$n_r=1$	$n_r=2$	$n_r=3$	$n_r=4$
0	0	0	π η	$\pi(1300)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$	$\pi(2360)$ $\eta(2320)$
	1	1	ρ ω	$\rho(1450)$ $\omega(1420)$	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$	$\rho(2270)$ $\omega(2290)$
1	0	1	$b_1(1235)$ $h_1(1170)$	$b_1?$ $h_1(1595)$	$b_1(1960)$ $h_1(1965)$	$b_1(2240)$ $h_1(2215)$	
		0	$a_0(1450)$ $f_0(1370)$	$a_0(1710)$ $f_0(1770)$	$a_0(2020)$ $f_0(2020)$	$a_0?$ $f_0(2200)$	
	1	1	$a_1(1260)$ $f_1(1285)$	$a_1(1640)$ $f_1?$	$a_1(1930)$ $f_1(1970)$	$a_1(2270)$ $f_1(2310)$	
		2	$a_2(1320)$ $f_2(1270)$	$a_2(1700)$ $f_2(1750)$	$a_2(2030)$ $f_2(1950)$	$a_2(2255)$ $f_2(2300)$	
2	0	2	$\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$	$\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$	$\pi_2(2285)$ $\eta_2(2250)$		
		1	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega(2220)$		
	1	2	$\rho_2?$ $\omega_2?$	$\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$	$\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$		
		3	$\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho_3(1990)$ $\omega_3(1945)$	$\rho_3(2250)$ $\omega_3(2255)$		
3	0	3	$b_3(2030)$ $h_3(2025)$	$b_3(2245)$ $h_3(2275)$			
		2	$a_2(1990)$ $f_2(2010)$	$a_2?$ $f_2?$			
	1	3	$a_3(2030)$ $f_3(2050)$	$a_3(2275)$ $f_3(2300)$			
		4	$a_4(1970)$ $f_4(2050)$	$a_4(2255)$ $f_4?$			
4	0	4	$\pi_4(2250)$ $\eta_4(2330)$				
		3	$\rho_3?$ $\omega_3(2285)$				
	1	4	$\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$				
		5	$\rho_5(2350)$ $\omega_5(2250)$				

$N=0$
$N=1$
$N=2$
$N=3$
$N=4$

$J=1$ $J=0$	$N = n_r + L$
----------------	---------------

Результаты исследований опубликованы:

1. Afonin S.S. and Tsymbal A.M., "Dynamical O(4)-Symmetry in the Light Meson Spectrum within the Framework of the Regge Approach",
Phys. Atom. Nucl. 87 (2024) S477.
2. Afonin S.S., "Hydrogen like classification for light nonstrange mesons",
Int. J. Mod. Phys. A23 (2008) 4205.
3. Afonin S.S., "Properties of new unflavored mesons below 2.4 GeV",
Phys. Rev. C76 (2007) 015202.
4. Afonin S.S., "Towards understanding spectral degeneracies in nonstrange hadrons" (**Review**),
Mod. Phys. Lett. A22 (2007) 1359.
5. Afonin S.S., "Parity doubling in particle physics" (**Review**),
Int. J. Mod. Phys. A22 (2007) 4537.
6. Afonin S.S., "Cluster duality",
Nucl. Phys. B779 (2007) 13.
7. Afonin S.S., "Light meson spectrum and classical symmetries of QCD",
Eur. Phys. J. A29 (2006) 327.
8. Afonin S.S., "Experimental indication on chiral symmetry restoration in meson spectrum",
Phys. Lett. B639 (2006) 258.