

* * *

**Моделирование процессов ионизации газов
быстрыми заряженными частицами
в газонаполненных детекторах
ядерных излучений**

01.04.01 — приборы и методы экспериментальной физики

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Гатчина
2006

~~Зарубин Анатолий Вадимович~~
Зарубин Анатолий Вадимович.

Ведущая организация: Московский
инженерно-физический институт
(государственный университет).

Защита состоится «___» _____ 200__ г. в «___» часов на
заседании диссертационного совета Д-002.115.01
при Петербургском институте ядерной физики
им. Б. П. Константинова РАН по адресу
188300, Ленинградская область, г. Гатчина, Орлова роща.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
ПИЯФ РАН.

Автореферат разослан «___» _____ 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

И. А. Митропольский

какого-либо существенного влияния на ее дальнейшее движение. Количество ионизации, созданной в рабочем объеме детектора, может также измеряться и давать информацию о заряде и скорости частицы. В целом, газонаполненные (далее просто газовые) детекторы часто оказываются ключевыми элементами современных экспериментальных установок.

Для совершенствования старых и создания новых типов детекторов, проектирования экспериментальных установок, планирования экспериментов в физике высоких энергий, физике элементарных частиц и ядерной физике, а также для интерпретации их результатов необходимо моделировать поведение детекторов на компьютерах. Однако при изучении газовых детекторов и возможностей по их моделированию обнаруживается, что большое разнообразие явлений и микроскопических процессов, протекающих в них, трудно промоделировать реалистично или надежно воспроизвести феноменологически. Существующие физико-математические модели приближительны и основаны на комбинировании микроскопического, но порой весьма упрощенного моделирования одних явлений и использовании феноменологических или обобщенных свойств других. Существующие реально доступные компьютерные программы оказываются зачастую еще менее точны. Кроме того, они нередко основаны на устаревших технологиях программирования, что препятствует их эффективному использованию. А между тем, экспериментальная точность газовых детекторов, в частности точность определения пространственного положения трека, постоянно растет по мере изобретения и внедрения новых разновидностей детекторов, совершенствования технологии их производства, а также совершенствования электронного

частности — программу, допускающую практическое применение и дальнейшее совершенствование. Тем более полезной и актуальной может оказаться программа, реализующая усовершенствованную физико-математическую модель.

1.2 Цель работы

Когда налетающая частица проходит через вещество, она передает часть ее энергии атомам в неупругих соударениях с ними. Эта энергия рассеивается в веществе через эмиссию серии электронов и фотонов, которые ионизируют другие атомы, и так далее. Когда энергии электронов и фотонов становятся меньше, чем минимальный ионизационный потенциал в данном материале, размножение свободных электронов заканчивается. После этого выбитые электроны остаются свободными в течение некоторого значительного времени. Вместе с ионами они могут быть названы начальной ионизацией. Начальная ионизация, созданная в чувствительном объеме газового детектора, регистрируется обычно путем ее сбора на электроды и измерения собранного или наведенного на электродах заряда или тока. Целью данной работы является компьютерное моделирование количества и пространственного положения начальной ионизации для расчета и оптимизации характеристик газовых детекторов, в частности амплитуд измеряемых сигналов и пространственного разрешения.

Нам нужен достаточно универсальный алгоритм, применимый, как минимум, для любых газов, хорошо теоретически обоснованный и экспериментально проверенный. В качестве налетающих частиц мы будем рассматривать лишь быстрые (т. е. движущиеся много быстрее, чем атомные электроны) и однократно заряжен-

этом между ними рассматриваться не будут.

1.3 Научная новизна работы

Дифференциальное по переданной энергии сечение ионизации атомов среды быстрой заряженной частицей можно выразить через сечения ионизации этих атомов реальными фотонами и диэлектрическую проницаемость среды. Диэлектрическая проницаемость является функцией суммарного сечения фотопоглощения среды. Эту теорию ионизации вслед за Эллисоном и Коббом (Allison & Cobb) [1] называют моделью «фотопоглощение-ионизация», по-английски — «the photoabsorption ionization model», или «РАI», а по-русски мы будем употреблять аббревиатуру «ФПИ». Модель описывает передачи энергии от частицы к среде, т. е. дает поперечное сечение этих передач. Однако сечение ФПИ дает вероятности взаимодействий налетающей частицы с целым атомом, а не с отдельным электроном или атомной оболочкой (в более общем случае, когда «среда» представляет собой смесь атомов разного типа, сечение ФПИ соответствует даже не конкретным атомам, а некоторым «усредненным», представляющим все разные атомы, имеющиеся в среде, пропорционально их концентрации). Поэтому оно не позволяет определить энергию фотоэлектрона, промоделировать дальнейшие каскады атомной релаксации и оценить размеры и пространственные флуктуации полученного в результате поглощения всех вторичных ионизирующих частиц облака ионизации. Поэтому сечение ФПИ необходимо модифицировать и заменить его сечениями для отдельных оболочек. Эти парциальные сечения должны, однако, учитывать присутствие диэлектрической среды, в образовании которой все оболочки участвуют вместе. «Интуитивное» разделение

даны в диссертации. По-видимому, наиболее детальное исследование в обсуждаемой нами области было выполнено Лапикью и Пьюцом (Lapicque & Piuze) [2], которые, используя сечение из работы [3] (близкое к сечению из [1]), проанализировали и промоделировали каскады релаксации после ионизации и поглощение вторичных частиц, правда, исключительно для аргона, и опубликовали большую статью об этом. Однако описанная в ней модель не совсем соответствует нашим целям, т. к. она неполная (отсутствует рассеяние электронов и некоторые другие детали, отсутствует описание процедуры разделения атомных оболочек, не предусмотрен расчет смесей и т. п.) и использует информацию, доступную только для аргона. В целом, полная модель ФПИ с разделенными оболочками и каскадами релаксации для быстрых заряженных частиц и произвольной газовой смеси, насколько известно автору, не была еще последовательно разработана, исчерпывающим образом сформулирована и тщательно протестирована. Не было и доступной компьютерной программы, которая реализовывала бы эту модель и которую можно было бы использовать на практике при проектировании реальных детекторов. Целью данной работы было восполнить этот пробел, т. е. разработать практически применимую физико-математическую и численную модель (компьютерную программу) и всесторонне ее протестировать, что и было сделано.

Таким образом, научная новизна состоит в том, что впервые исчерпывающим образом сформулирована, предложена, тщательно изучена и протестирована на соответствие экспериментальным данным модификация модели ФПИ (РАI) с разделенными оболочками (но с учетом общих свойств диэлектрической среды, в образовании которых все оболочки участвуют вместе), что позволяет

гитеские сравнения ее результатов с данными экспериментов, которые позволяют сделать вывод о правильности физической и компьютерной модели и ее достаточной для практических применений точности. Программа названа «HEED». При тестировании модели также обнаружены и некоторые интересные в принципе эффекты, касающиеся свойств и характеристик ионизационных процессов.

1.4 Практическая ценность работы

Практическая ценность заключается в том, что, во-первых, сформулирована, обоснована и проверена путем моделирования экспериментов и воспроизведения экспериментальных данных физико-математическая модель, которая может быть использована для практических целей при моделировании детекторов. Во-вторых, на основе данной физико-математической модели создан инструмент (численная модель или комплекс компьютерных программ для моделирования физических систем), который позволяет детально моделировать процессы выработки начальной ионизации в газовых детекторах, изучать, предсказывать и оптимизировать их характеристики, а также интерпретировать полученные с их помощью экспериментальные данные. Данный комплекс программ (в разных версиях) нашел широкое практическое применение, что подтверждается большим количеством публикаций, ссылающихся на него. Кроме того, последние версии данного комплекса программ, созданные с использованием современной высокоэффективной технологии программирования, в целом или по частям могут быть применены и уже применялись лично автором и в других опубликованных работах.

флуоресцентных фотонов и их разлета, рассеяния, торможения и дополнительной ионизации среды, которую они создают, причем практически для любых газов — модель ФПИР.

2. Разработка программы НЕЕД, реализующей модель ФПИР и моделирующей взаимодействия налетающей быстрой заряженной частицы с атомами и все дальнейшие упомянутые выше процессы релаксации.
3. Результаты компьютерного моделирования по программе НЕЕД большого ряда экспериментов, показывающие, в совокупности, что модель ФПИР находится в согласии с экспериментами.
4. Эффекты и особенности ионизационных взаимодействий, проявляющиеся в них согласно расчетам по моделям ФПИ и ФПИР и обнаруженные или уточненные при исследованиях модели и тестировании программы. Наиболее интересные из них — это корреляция числа первичных кластеров с величиной $x = Z_m/\bar{Z}^{0.4}$ (причем результаты расчетов числа первичных кластеров находятся в согласии с экспериментальными измерениями) и структурные эффекты: нерегулярность в зависимости наиболее вероятной или ограниченной средней ионизации от γ налетающей частицы (неравномерный переход к насыщению), раздвоение наиболее вероятной ионизации при сверхмалых толщинах вещества (в частности, формальное расщепление плато Ферми), а при больших толщинах — неравномерное падение относительной высоты плато Ферми с ростом толщины вещества и возможность наличия в этой зависимости своего плато.

ров в современных физических экспериментах. Далее обсуждается, что именно мы понимаем под «моделью» и «моделированием» в физике высоких энергий (физико-математическая модель, численная модель); рассматриваются цели и методы моделирования детекторов; происхождение и особенности метода Монте-Карло; его компьютерная реализация с точки зрения физика; языки программирования; принципы и преимущества объектно-ориентированного программирования. Затем определена и обоснована цель работы; рассказано о модели ФПИ (РАИ) и объясняется, почему она является недостаточной для моделирования современных газовых детекторов и как ее надо модифицировать для наших целей.

В первой главе дан краткий обзор литературы по моделированию ионизации вещества быстрыми заряженными частицами, рассказано о существующих наиболее развитых физико-математических моделях и компьютерных программах, позволяющих рассчитывать взаимодействия быстрых заряженных частиц с веществом, и показано, что ни одна из них не исчерпывает исследуемые проблемы.

Во второй главе развита и описана физическая модель, которая может быть положена в основу компьютерного моделирования. Глава начинается с краткого изложения модели ФПИ (РАИ), т. е. с представления и анализа ее основного сечения — дифференциального сечения передач энергии E в отдельном столкновении падающей частицы с атомом среды, нормированное на один атом поглощающей среды.

Далее в этой главе, во-первых, указывается (со ссылками на первоисточники), что для большей точности необходимо заменить

оболочками. Для наших целей это разделение может быть приближенным, но мы хотим, чтобы полное сечение оставалось точным (т. е. равным сечению ФПИ). Но оболочки не могут рассматриваться независимо, так как они влияют на способность поглощения друг друга через общие свойства диэлектрической среды, которые они определяют. Мы также должны обеспечить возможность работы с газами, состоящими из нескольких разных атомов. Наши парциальные сечения должны поэтому описывать каждую оболочку каждого атома. Показано, что они задаются следующими выражениями: дифференциальное сечение ионизации некоторого атома n_a и оболочки n_s при переданной энергии E , нормированное на один атом среды, равно

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_i(E, n_a, n_s)}{dE} = & \frac{\alpha z^2}{\beta^2 \pi} \\ & \times \left(\frac{f(n_a) \sigma_{\gamma i}(E, n_a, n_s)}{E |\epsilon|^2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{E \sqrt{(1 - \beta^2 \epsilon_1)^2 + \beta^4 \epsilon_2^2}} \right) \right. \\ & + H(E - I_{min}) \frac{f(n_a) \sigma_{\gamma i}(E, n_a, n_s)}{\bar{\sigma}_{\gamma}(E)} \frac{1}{N \hbar c} \left(\beta^2 - \frac{\epsilon_1}{|\epsilon|^2} \right) \theta \\ & \left. + H(E - I(n_a)) R(E) \int_0^E f(n_a) \sigma_{\gamma}(E_1, n_a, n_s) dE_1 \right), \quad (1) \end{aligned}$$

где m_e — масса электрона, βc — скорость налетающей частицы (c — скорость света), z — заряд налетающей частицы, $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры, $\sigma_{\gamma}(E, n_a, n_s)$ — сечение фотопоглощения электронной оболочки n_s атома n_a , $\bar{\sigma}_{\gamma}(E)$ — среднее сечение фотопоглощения, вычисляемое по формуле $\sum_{n_a, n_s} f(n_a) \sigma_{\gamma}(E, n_a, n_s)$, $f(n_a)$ есть доля атомов данного сорта в

$$\theta = \arg(1 - \epsilon_1\beta^2 + i\epsilon_2\beta^2) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1 - \epsilon_1\beta^2}{\epsilon_2\beta^2}. \quad (3)$$

Здесь \hbar — постоянная Планка, а символ P обозначает главное значение интеграла. Резерфордский член $R(E)$ для всех частиц, кроме электронов и позитронов, определяется по формулам:

$$R(E) = \frac{1}{E^2} \left(1 - \frac{\beta^2 E}{E_{\max}} \right), \quad (4)$$

где E_{\max} есть максимальная разрешенная переданная энергия,

$$E_{\max} = 2 \frac{M^2 m_e c^2 \beta^2}{(M^2 + m_e^2 + 2\gamma M m_e)(1 - \beta^2)}, \quad (5)$$

M — масса налетающей частицы и $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. В уравнении (4) мы пренебрегаем спином частицы, который имеет пренебрежимо малый эффект. Для электронов и позитронов приемлемое приближение для $R(E)$ — обычный закон $1/E^2$ с максимально разрешенной передачей энергии, равной половине энергии налетающей частицы.

Далее объясняется, как эти выражения используются в программе, работающей по методу Монте-Карло. Описываются принципы формирования базы атомных данных и их источники. Дается описание алгоритма генерации вторичных частиц при атомной релаксации. Изучены возможности по моделированию торможения δ -электронов, их траекторий и генерации ими вторичных электрон-ионных пар. Обосновывается приближенный феноменологический алгоритм, основанный на моделировании их пробегах малыми шагами с расчетом потерь энергии по «непрерывной» формуле и с

но, что имеется хорошее согласие с этими формулами, а значит и с экспериментами. Показано, что такой алгоритм расчета характерен тем, что многие характеристики облаков ионизации, такие как средние смещения их центров тяжести и флуктуации центров тяжести, пропорциональны практическому пробегу (что находится в согласии с выводами других авторов). Однако указывается, что соотношения между этими характеристиками зависят от типа газа, поскольку для газов с большим атомным весом из-за более сильного многократного рассеяния траектории оказываются более хаотичны.

Третья глава целиком посвящена тестированию полной модели ФПИР (РАИР) путем моделирования экспериментов по ней и сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными.

Во-первых, рассматриваются измерения чисел первичных кластеров на единицу длины пути в различных газах, которые проведены различными авторами. Эти числа практически эквивалентны интегралам по энергии выражения (1), домноженным на концентрацию атомов (число атомов в единице объема). Показано, что результаты расчетов находятся в весьма хорошем согласии с результатами экспериментов для практически всех используемых в газовых детекторах газов. Кроме того, после нанесения всех данных для разных газов на один график оказывается возможным проследить систематические закономерности в зависимости чисел кластеров от типов газов. Анализ приводит к выводу о том, что независимо от типов атомов и молекул имеется почти точная зависимость (корреляция) между числом первичных кластеров и величиной, составленной из молекулярного и среднего атомного заряда $Z_m/\bar{Z}^{0.4}$. Математически этот закон можно выразить форму-

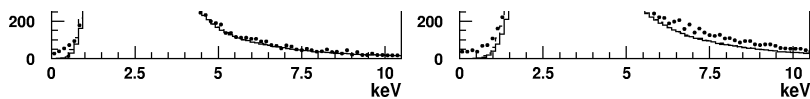


Рис. 1: Экспериментальные (точки) [5] и теоретические (гистограммы) распределения «ионизационных потерь» для налетающих π -мезона (a) и электрона (b), выраженные в энергетических единицах. Гистограммы, нарисованные сплошными линиями, получены по модели ФПИР, а штрихованными линиями (они практически совпадают со сплошными) — по модели ФПИ.

лой $3.996x - 0.025x^2$, где $x = Z_m/\bar{Z}^{0.4}$, а коэффициенты получены путем фитирования функцией $ax + bx^2$ всех точек, кроме точки, соответствующей газу CF_4 , который несколько выпадает из этой зависимости из-за необычно большого ионизационного потенциала.

Во-вторых, производится анализ амплитудных спектров, измеренных в нескольких экспериментах (в частности, в эксперименте, проведенном с участием автора), и их моделирования по моделям ФПИ и ФПИР. На рис. 1 показано моделирование известного эксперимента Харриса (Harris) и др. [5]. Делается вывод, что оба подхода к моделированию (ФПИ и ФПИР) дают примерно одинаковые амплитудные спектры и оба неплохо согласуются с экспериментами.

В-третьих, изучаются данные эксперимента с многослойным детектором. Хорошая для практических целей характеристика ионизационного эффекта в многослойных детекторах (без радиаторов переходного излучения) — это ограниченное среднее измеренных

В четвертых, изучается экспериментально измеренная в одном из весьма часто цитируемых в литературе экспериментов зависимость усредненного ограниченного среднего $\langle a \rangle_{128}^{40\%}$ от скорости частицы [6]. Производится сравнение с расчетами по НЕЕД не только экспериментальных данных, но и расчетов этого эксперимента, проведенных всеми другими авторами, публикации которых попали в поле зрения автора данной работы. Описываются методы точного определения наиболее вероятной ионизации по дискретным спектрам. Показано, что при правильной интерпретации и надлежащей перенормировке этих экспериментальных данных они описываются расчетами по ФПИ и ФПИР (см. рис. 2), а расчет по модели Ландау-Штернхаймера, как и следовало ожидать (и как утверждается во многих других исследованиях), не описывает их. Кроме того, обращается внимание на то, что обычное представление о постепенном переходе от релятивистского роста к насыщению не оправдано. Переход может иметь структуру, соответствующую атомным оболочкам. В случае аргона это перегиб в районе $\beta\gamma \approx 70$ и почти прямолинейный участок при $\beta\gamma \approx 90-250$. (Он виден более отчетливо, и его происхождение понятно лучше, когда эта кривая показана без экспериментальных точек, но вместе с парциальными кривыми, в которых не учитываются К-оболочка или К- и L-оболочки. В автореферат для экономии места этот график не включен.) Однако сила этого эффекта зависит от деталей вычислительной процедуры и от используемых сечений.

В-пятых, моделируется эксперимент Валенты (Walenta) и др. [7], дающий наиболее вероятную ионизацию, как функцию скорости для трех разных газов. Показано, что результаты моделирования находятся в согласии с экспериментом.

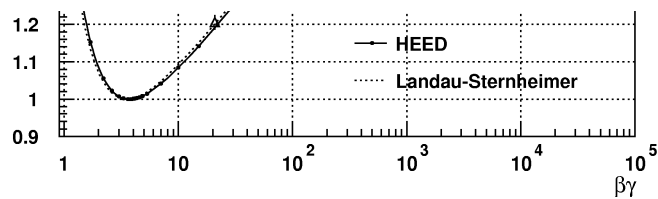


Рис. 2: Моделирование эксперимента Лехрауса (Lehraus) и др. [6] по программе HEED (ограниченное среднее по ФПИР) и по теории Ландау-Штернхаймера (наиболее вероятная ионизация) с нормировкой экспериментальных данных по ФПИР.

В-шестых, изучается зависимость полного релятивистского роста (высоты плато Ферми) наиболее вероятной ионизации от толщины слоя. На одном графике откладываются много экспериментальных точек для смесей на основе аргона, вычисленная по модели ФПИР по программе HEED кривая, а также расчеты по некоторым другим моделям. Указано, что все модели в чем-то расходятся, а большинство экспериментальных точек не находится в строгом согласии ни с одной из них. Однако детальный анализ экспериментальных статей показывает, что хотя соответствующие эксперименты были полезны во многих других отношениях (некоторые из них были, вероятно, во всех отношениях новаторскими и представляли собой большие достижения для того времени, когда они проводились), они не дают исчерпывающей информации о полном релятивистском росте. Для этого у них был целый ряд недостатков, таких как отсутствие проверки линейности (или комментариев об этом в статье), недостаточная максимальная энергия рентгеновских лу-

стандарту-штернхаймера. делается вывод о том, что данные экспериментов не противоречат модели ФПИР.

Кроме того, указывается, что при толщинах аргона, меньших 4 см, положение пика определяется взаимодействиями с L- и M-оболочками. Как впервые было отмечено Эллисоном, при толщине слоя менее 1 см пик начинает приобретать «неправильные» очертания, в которых начинает просматриваться влияние отдельно L- и M-оболочек аргона. При определенных условиях могут возникать два пика с равной высотой (в принципе, возможность возникновения двух пиков, но с разной высотой, и не в газе, а в кремнии, причем с учетом возбуждения плазмонов, была показана ранее другим автором по другой модели), таким образом формируя две одинаково «наиболее вероятные» ионизации. Это может случиться при низких или высоких $\beta\gamma$, например, на плато Ферми. В последнем случае можно сказать, что плато Ферми расщепляется (конечно, если оно определяется по наиболее вероятной ионизации), и вместо этого формируются два плато Ферми на разных высотах.

В последнем разделе третьей главы представлены результаты тестирования, насколько хорошо модель предсказывает пространственные флуктуации начальной ионизации. Во-первых, это тестируется по измерениям предельного пространственного разрешения позиционно-чувствительных пропорциональных камер, облучаемых рентгеновскими лучами. При некоторых условиях пробеги электронов являются доминирующим вкладом в пространственную погрешность. Показано, что модель весьма хорошо описывает эти измерения. Во-вторых, для того, чтобы проверить моделирование пространственных флуктуаций, возникающих в газе в случае налетающей быстрой заряженной частицы (что включает проверку

ции описанной выше физической модели, которые рассматриваются, в основном, с методологической точки зрения. В первом параграфе этой главы рассматриваются основные компоненты программы. Основу такого рода программ составляют компоненты, необходимые для моделирования транспорта частиц внутри объемов до их границ с учетом всех физических процессов и взаимодействий с веществом, находящимся в данном объеме, а также для выполнения переходов (частиц) из одного объема в другой. Эти компоненты должны быть основаны на определенном образом оформленной библиотеке программ для геометрических расчетов. Многие газовые детекторы представляют собой пропорциональные камеры с плоскими стенками, которые можно представить в виде пространства, разделенного параллельными плоскостями. Такая квазиодномерная геометрия может быть реализована очень просто и даже на языке FORTRAN 77, который, несмотря на определенные недостатки, в частности — недостаточную автоматизацию многих операций с данными, еще недавно был стандартом де-факто для физики. Первая полная версия HEED была написана на нем. Однако некоторые детекторы имеют не столь тривиальную геометрию, чтобы их можно было точным образом промоделировать по упомянутой квазиодномерной геометрической модели. Произвольная трехмерная геометрия крайне сложно реализуется в Фортране, но может быть удобным образом реализована на объектно-ориентированном языке C++. Необходимую совокупность атомных данных тоже гораздо удобнее описать в C++.

Впрочем, в стандартном C++ при его применении к моделированию физических систем тоже ощущается дефицит автоматизации в части классификации связей между объектами и автоматическо-

вается с другими, известными из литературы, и обосновывается его преимущества.

В последнем параграфе этой главы рассказано о принципах, положенных в основу геометрической системы HEED-C++. Очень кратко описывается и обосновывается построение тривиальных геометрических объектов (точка, вектор, прямая, система координат и т. п.) и их преобразования. Затем кратко описывается построение объемов, их позиционирование и функции. Объясняется, как можно преодолеть проблему численных неточностей. Описываются и обосновываются реализованные методы, которые в литературе получили названия «представление границ» («Boundary Representation») и «конструктивная твердотельная геометрия» («Constructive Solid Geometry»). Дается много ссылок на известную литературу. Объясняется, что одно из преимуществ примененного в данной работе подхода состоит в том, что вся информация об объемах, включая и геометрические данные, и характеристики вещества, собирается в больших классах-конгломератах, обозначающих реальные объекты, а количество ссылок через указатели минимизируется (сводится почти к нулю). Такая система представляется очень удобной и надежной.

Данная методология программирования и пакеты программ применялись автором и в некоторых других научных исследованиях, и их удобство и эффективность полностью подтвердились.

В разделе «заключение» сформулированы основные результаты работы и выводы.

226 (1996) 13.

3. M. M. Baarmand, Yu. Bonushkin, D. Chrisman, ...
I. B. Smirnov, et al., Tests of cathode strip chamber prototypes.
Nucl. Instr. and Meth. A 402 (1998) 36–52.
4. I. B. Smirnov, SpaceMetricLib, Geometrical Class Library for
Detector Modeling in HEP. Preprint PNPI–2373, 2000, 21 p.
5. I. B. Smirnov, LikelihoodLib, Fitting, Function Maximization,
and Numerical Analysis. Preprint PNPI–2421, 2001, 32 p.
6. I. B. Smirnov, Modeling of ionization produced by fast charged
particles in gases. Nucl. Instr. and Meth. A 554 (2005) 474–493.

Список литературы

- [1] W. W. M. Allison, J. H. Cobb, Relativistic charged particle
identification by energy loss. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 30 (1980)
253–298.
- [2] F. Lapique and F. Piuz, Simulation of the measurement by
primary cluster counting of the energy lost by a relativistic
ionizing particle in argon. Nucl. Instr. and Meth. 175 (1980) 297–
318.
- [3] V. A. Chechin, L. P. Kotenko, G. I. Merson and V. C. Yermilova,
The relativistic rise of the track density in bubble chambers. Nucl.
Instr. and Meth. 98 (1972) 577–587.

- [6] I. Lehraus, R. Matthewson, W. Tejessy, and M. Aderholz, Performance of a large scale multilayer ionization detector and its use for measurements of the relativistic rise in the momentum range of 20–110 GeV/c. Nucl. Instr. and Meth. 153 (1978) 347–355.
- [7] A. H. Walenta, J. Fischer, H. Okuno and C. L. Wang, Measurement of the ionization loss in the region of relativistic rise for noble and molecular gases. Nucl. Instr. and Meth. 161 (1979) 45–58.